摛藻堂四庫全書薈要

子部

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精蘊下編卷二

詳校官主事臣陳木

欽定四庫全書薈要卷一萬八百二十五 子部

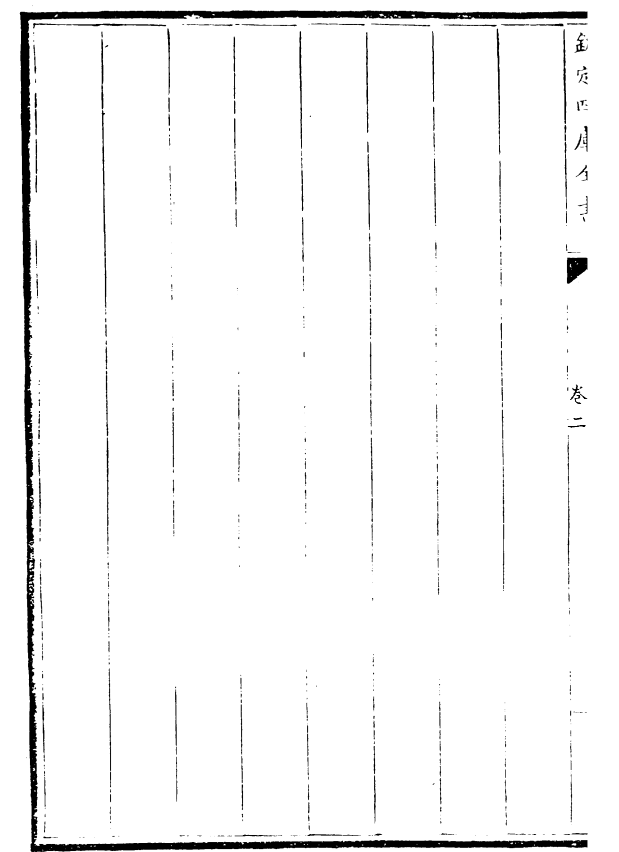
御製數理精蘊下編卷二

首部二

命分

約分

通分



命分

凡歸除分至最細而可以恰盡無餘者謂之無奇零數若分至最細而屢除不盡者謂之有奇零數其奇零若略去之則不能復還原數此命分之所以立也其法命為分母分子分母者即除數也分子者即除不盡之數也凡不盡之數得分母中之幾分者即命為幾分之幾是以命分之一法正所以濟歸除之所不逮也

設如有銀十一兩命三人分之問每人得若干

法以三人分銀十一兩每人得銀三兩仍餘二兩所餘二兩再以三人分之每人得六錢六分六釐六豪如是每得六兩仍餘二數不盡故立命分法以三人為分母所餘二兩為分子命為每人得三兩又三分兩之二盖將每兩剖作三分其所餘二兩則共剖作六分三人分之每人得二分故命為三分兩之二也如因三分兩之二求知原銀數則以三人與分子二分相乘得六分盖每人得二分則三人共得六分也以六分用分母三分歸之得

二兩盖初分一兩為三分故終收三分為一兩也

再加入三人所得整數共九兩一人三兩三人共得九兩則得

十一兩以合原數也

設如有銀一百八十七兩命十八人分之問每人得

若干

法以十八人分銀一百八十七兩每人得銀十兩

仍餘七兩分之不盡則以十八人為分母所餘七

兩為分子命為每人得一十兩又十八分兩之七

盖將每兩剖作十八分其所餘七兩則共剖作一

百二十六分十八人分之每人得七分故命為十八分兩之七也如因十八分兩之七求知原銀數則以十八人與分子七分相乘得一百二十六分蓋每人得七分則十八人共得一百二十六分也以一百二十六分用分母十八分歸之得七兩蓋初分一兩為十八分故終收十八分為一兩也再加入十八人所得整數共一百八十兩一人十兩十八人共得一百八十兩則得一百八十七兩以合原數也

約分

約分者以所命之分約之以就整分也盖命分是隨其數之多寡全而紀之而約分則即其多寡之數從而約之以求簡易焉其法以分子分母兩數輾轉相減務期減餘兩數相同是為度盡兩數之一數乃以此數為一分以除分母得幾分者即約分母為幾分又除分子得幾分者即約為分母幾分中之幾凡諸法中有帶分者皆由約法而得故設例於此所以明帶分之根也

設如古歷歲實命為三百六十五日又一百分日之二十五今以法約之求相當最小數

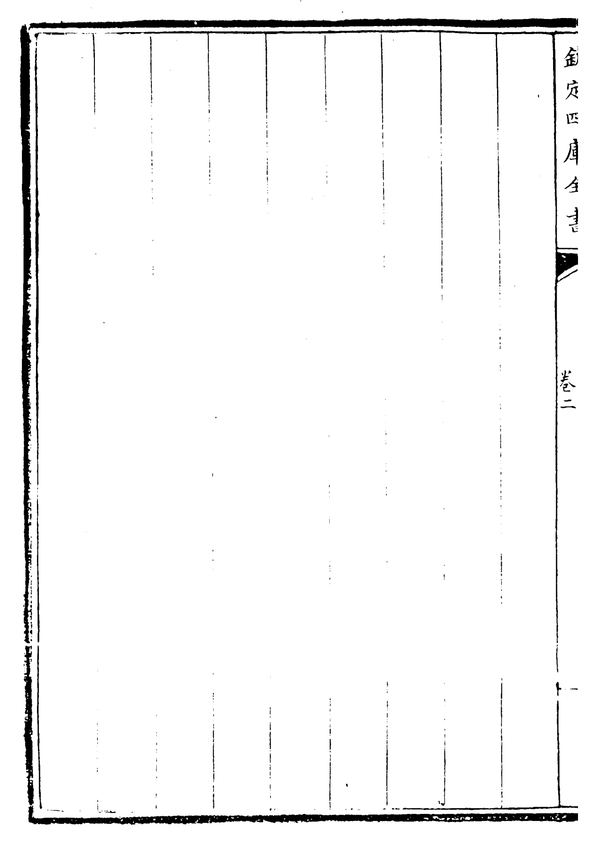
法置日分一百以餘分二十五減之餘七十五分再以二十五減之餘五十分再以二十五減之亦餘二十五分兩數齊等即以相等之數二十五轉除日分一百得四即為四分又以二十五除餘分二十五得一即為一分乃百分日之二十五約為四分之一是歲實共得三百六十五日又四分日之一也蓋將一日剖作四分而得共四分之一也凡約分法以分母分

子相減必得相等之數然後用之盖因此數可以度盡分母又可以度盡分子故也今以相等之數二十五為一分則曰分一百有四倍二十五故為四分而餘分二十五又恰足一分之數故為一分一百與二十五之比即同於四與一之比是四與一即一百與二十五之相當最小數也凡分母分子輾轉相減不得相等之數終減至於一是分母分子俱無一數可以度盡之數即不用約分用命分誌之可也

設如有銀二百一十兩命一百四十七人分之每人得銀一兩仍餘六十三兩不盡以法約之求相當最小數

法置一百四十七人以餘銀六十三減之餘八十四再以六十三減之餘二十一又置六十三轉以二十一減之餘四十二再以二十一減之亦餘二十一則兩數齊等即（因減數大於原數又不得兩數齊等故以二十一轉減之）以相等之數二十一轉除一百四十七人得七即為七分又以二十一除銀六十三兩得三即為三

分乃一百四十七人分餘銀六十三兩約為七分之三是每人得銀一兩又七分兩之三也蓋將每兩剖作七分而得其七分之三也此法以一百四十七人與六十三兩輾轉相減得相等之數二十一是二十一可以度盡一百四十七人又可以度盡六十三兩故也既以二十一為一分則一百四十七有七倍二十一故為七分六十三有三倍二十一故為三分一百四十七與六十三之比即同於七與三之比是七與三即一百四十七與六十三之相當最小數也



通分

凡奇零數目不以十遞析者難以立算則用通分如斤通爲兩宮通爲度度通爲分之類是也又有整數而帶零分者則必通之以從其類如化整爲零收零作整之類是也或有零分而分母不同者則必通之以同其母如互乘之類是也通分之法立然後奇零數目得以歸有餘齊不足而帶分之法皆根於此故爲另設加減乘除之法以明其義焉

加法

凡奇零數相加兩分母同者即併兩分子為得數若相加之數大於母數則於所得數内減去母數為一整數紀其餘為零數

設如有九分丈之七（一丈分為九分而得共七分也）與九分丈之五（一丈分為九分而得共五分也）相加求總數

九　七

九　五

七
五
一十二
九
一
三

法以九分之七與九分之五左右列之將兩分子七與五相加得一十二因子數大於母數乃於一十二内減去母數九為一整數餘三為零數即得整數一

九　七
九　五
七五
一二
二九
一〇三

丈零九分丈之三為相加之數也此法因兩分母同為九分而兩分子亦同為九分中之零分故徑併兩零分之七與五得一十二又以母數九分收為一丈蓋初以一丈分為九分令滿九分即收為一丈也其所餘三亦仍為九分中之三分故得一丈零九分丈之三為兩零分之共數此分母相同之加法也如以真數明之九分丈之七是將一丈分為九分得其九分中之七分一丈分為九分則每一分得二尺一寸一分一釐有餘九分中之

七分則為七尺七寸七分七釐有餘也九分中之五分則為五尺五寸五分五釐有餘也兩數相加共得一丈三尺三寸三分三釐有餘即一丈零九分丈之三也盖一尺一寸一分一釐有餘既為九分中之一分則三尺三寸三分三釐有餘即九分中之三分也如以九分除三分即得三尺三寸三分三釐不盡之數是九分與一丈之比即同於三分與三尺三寸三分有餘之比也

凡奇零數相加兩分母不同者則用互乘法以兩分母相乘為共母數再以前分母乘後分子又以後分母乘前分子以所得兩子數相加為共子數紀於共母數之下為共零數

設如有三分丈之二一丈分為三分而得其二分也與五分丈之三一丈分為五分而得其三分也相加求總數

法以兩分母三五相乘得一十五為共母數再以前分母三乘後分子三得九又以後分母五乘前分子二得十將兩得數相加得十九為共子數因子數大於母數乃於十九內減去共母數十五為一整數餘四為零數即得整數一丈零十五分丈之四為相加之數也此法

五　一五　三

三　二

九　一〇　一〇

九

一九

一五

四

用互乘者本為齊其分母也夫以兩分母相乘得十五者乃以兩分母俱變為十五分也（因分母不同難以相加故變為同等）以前分母三乘後分子三得九者乃以後分子變為十五分中之九也又以後分母五乘前分子二得十者是又以前分子亦變為十五分中之十也蓋十五分之十與三分之二其比例等（俱為五倍比例）而十五分之九與五分之三其比例亦等（俱為三倍比例）

兩分母既變為同等則兩分子亦俱為同分母之子矣故相加如第一法此分母不同之加法也如以真數明之三分丈之二既變為十五分丈之十則每一分為六寸六分六釐有餘令得十分即六尺六寸六分六釐有餘也又五分丈之三既變為十五丈之九則每一分亦為六寸六分六釐有餘令得九分即六尺也兩數相加共得一丈二尺六寸六分六釐有餘即一丈零十五分丈之四也蓋六寸六分六釐有餘即為十五分中之一分令二尺六寸六分六釐有餘為四倍六寸六分六釐有餘即十五分中之四分也如以十五分除四分即得二尺六寸六分不盡之數是十五分與一丈之比即同於

四分與二尺六寸六分有餘之比也

又或分母不同而可以加減之使同者則變而同之可省互乘

設如有八分兩之一與十二分兩之三相加求總數

八　二
十二　三
八　一

法以十二分之三變為八分之二則與八分之一兩分母相同故徑併兩分子二與一得三即八分兩之三為相加之數也此法將十二分之三變為八分之二者乃分母分子各減三分之一也母

八		八
二	一	一
	二	
	三	

數十二減三分之一餘八子數三減三分之一餘二盖十二分之三與八分之二共比例相等故變從簡易如數有參差者則當用下節之法如以真數明之八兩分之一是將一兩分為八分共一分即一錢二分五釐也又十二分兩之三是將一兩分為十二分共三分為二錢五分今變為八分兩之二是將一兩分為八分共二分亦為二錢五分也兩數相加共得三錢七分五釐即八分兩之三也蓋一錢二分五釐為八分中之一分今三錢七分五釐即八分中之三分也如以八分除三三分即得三錢七分五釐是八分與一兩之比即同於三分與三錢七分五

權之比也

設如有六分石之五與三分石之二相加求總數

六
四

四五一九六三

六
五

如依前法將六分之五折半為三分之二分半則兩分母雖同而分子却有奇零若將三分之二加一倍作六分之四變少從多則與六分之五兩分母相同乃徑併兩分子五與四得九因子數大於母數乃於九內減去母數六為一整數餘三為零數即得整數一石零六分

六　四

一

六　五

四五
九六
三

石之三為相加之數也此法三分之二變為六分之四者乃分母分子各加一倍之比例也凡變分母分子或加或減務期所變之分數與原分數比例相同使其兩分母同而兩分子可併也此條與上條用加減雖各異而齊其分母以加之則同也

如以真數明之六分石之五是將一石分為六分則每一分得一斗六升六合六勺六抄六撮有餘令得五分即八斗三升三合三勺三抄三撮有餘也又三分石之二是將一石分為三分其二分為六斗六升

六合六勺六抄六撮有餘今變為六分石之四是將一石分為六分共四分亦為六斗六升六合六勺六抄六撮有餘也兩數相加共得一石四斗九升九合九勺九抄九撮有餘收為五斗即一石零六分石之三也蓋六分為一石則三分即五斗也

凡子母數有三四種相加者其分母分子俱不同則用互乘以齊其分母按前法加之三種者以第一數與第二數依前互乘法相加得數又與第三數依前互乘法相加四種者以第一數第二數互乘相加得數與第三數互乘相加得數復與第四數互乘相加如兩分母相同者即併其兩分子而與所餘之分母不同者用互乘以加之又或有兩

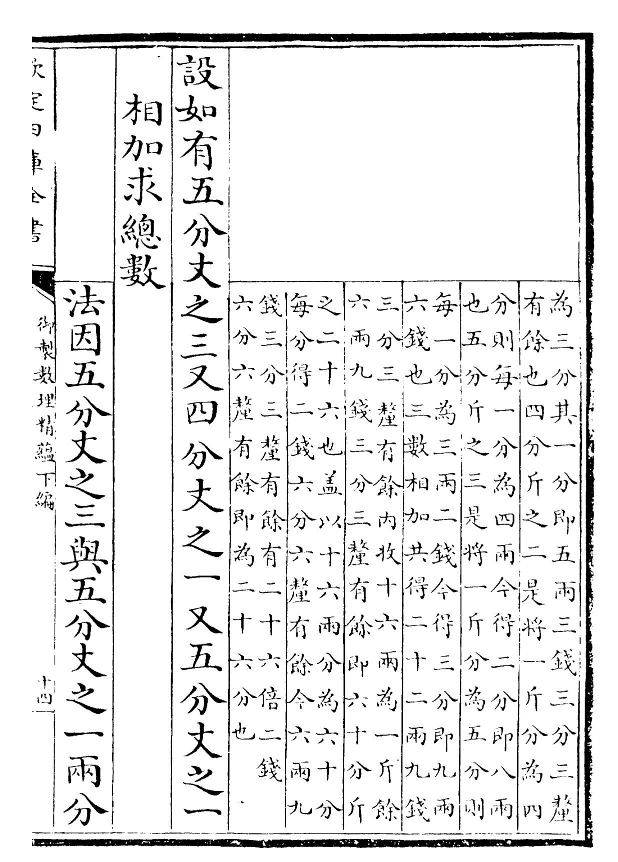
分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之分子相加爲得數即不用互乘矣

設如有三分斤之一又四分斤之二又五分斤之三相加求總數

法以前兩分子分母按互乘法相加得十二分斤之十以兩分母三與四相乘得十二爲共母數以前分母三乘後分子二得六又以後分母四乘前分子一得四相加得一十爲共子數是爲十二分斤之十乃以十二分斤之十與第

二　六〇　五
一〇　三
五〇　三六〇　三六
五〇
八六
六〇
二六

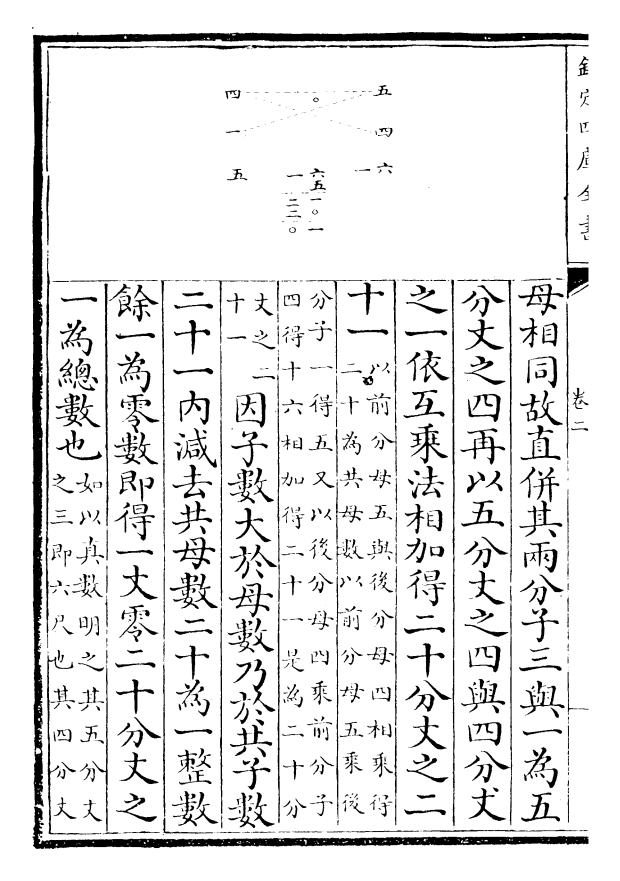
三子母分用互乘法相加得六十分斤之八十六以第三分母五與前兩分母互乘所得之十二相乘得六十為共母數以前兩分母所得十二乘第三分子三得三十六又以第三分母五乘前兩分子所得十得五十相加得八十六為共子數是為六十分斤之八十六因子數大於母數乃於共子數八十六內減去共母數六十為一整數餘二十六為零數即得一斤零六十分斤之二十六為總數也凡子母分有四種五種相加者俱倣此如以真數明之三分斤之一是將一斤分



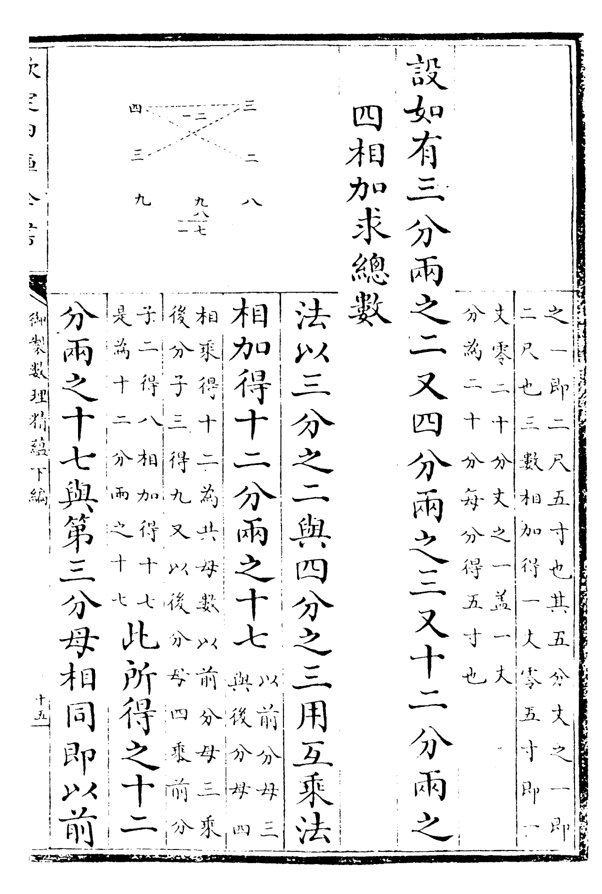
為三分共一分即五兩三錢三分三釐有餘也四分斤之二是將一斤分為四分則每一分為四兩今得二分即八兩也五分斤之三是將一斤分為五分則每一分為三兩二錢今得三分即九兩六錢也三數相加共得二十二兩九錢三分三釐有餘內收十六兩為一斤餘六兩九錢三分三釐有餘即六十分斤之二十六也葢以十六兩分為六十分每分得二錢六分六釐有餘今六兩九錢三分三釐有餘有二十六倍二錢六分六釐有餘即為二十六分也

設如有五分丈之三又四分丈之一又五分丈之一相加求總數

法因五分丈之三與五分丈之一兩分



母相同故直併其兩分子三與一為五分丈之四再以五分丈之四與四分丈之一依互乘法相加得二十分丈之二十一以前分母五與後分母四相乘得二十為共母數以前分母五乘後分子一得五又以後分母四乘前分子四得十六相加得二十一是為二十分丈之二十一因子數大於母數乃於其子數二十一內減去共母數二十為一整數餘一為零數即得一丈零二十分丈之一為總數也如以真數明之共五分丈之三即六尺也其四分丈



之一即二尺五寸也共五分丈之一即二尺也三數相加得一丈零五寸即一丈零二十分丈之一蓋一丈分為二十分每分得五寸也

設如有三分兩之二又四分兩之三又十二分兩之四相加求總數

法以三分之二與四分之三用互乘法相加得十二分兩之十七以前分母三與後分母四相乘得十二為共母數以前分母三乘後分子三得九又以後分母四乘前分子二得八相加得十七是為十二分兩之十七此所得之十二分兩之十七與第三分母相同即以前

一二
一七

一七
四
二一
一二
九

一二
四

兩分所得共子十七與後一分子四相加得二十一是為十二分兩之二十一因子數大於母數乃於共子數二十一内減去共母數十二為一整數餘九為零數即得一兩零十二分兩之九為總數也如以真數明之共三分兩之二即六錢六分六釐有餘也共四分兩之三即七錢五分也共十二分兩之四即三錢三分三釐有餘也三數相加得一兩七錢四分九釐有餘收作七錢五分即一兩零十二分兩之九蓋十二分兩之九即七錢五分也

減法

凡奇零數相減兩分母同者即將兩分子相減爲餘數

設如有十一分丈之七減十一分丈之五求餘數

七	十一
七五二	
五	十一

法以十一分丈之七與十一分丈之五左右列之將兩分子五與七相減餘二即得十一分丈之二爲餘數也葢因兩分母同爲十一分則兩分子亦同爲十一分中之零分故徑將兩分子相減餘

二亦仍為十一分中之二分是以定為十一分丈之二此分母相同之減法也

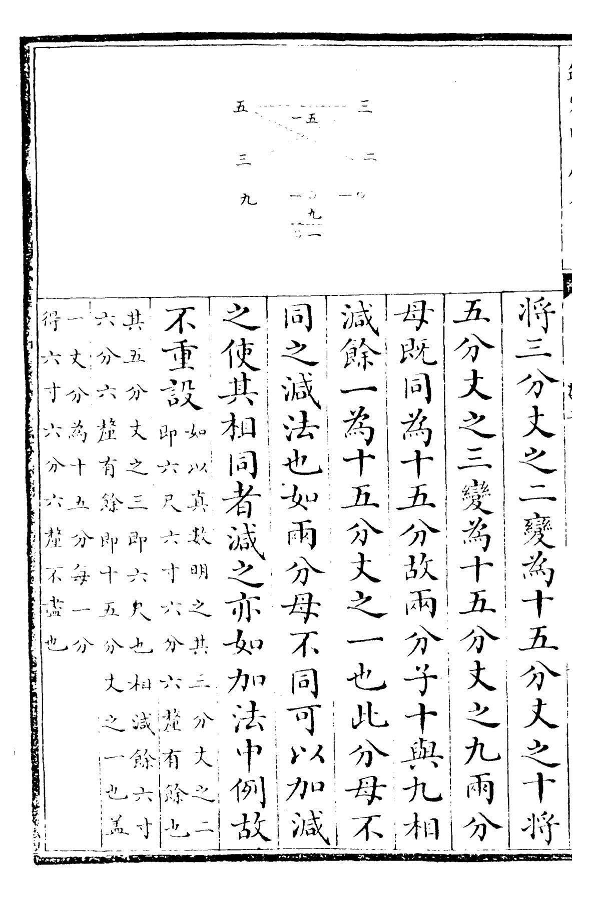
如以真數明之十一分丈之七是將一丈分為十一分則每一分得九寸零九釐零九絲有餘其中之七分即六尺三寸六分三釐六毫三絲有餘也其中之五分即四尺五寸四分五釐四毫五絲有餘也相減餘一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘即十一分中之二分也蓋九寸零九釐零九絲有餘為一分則一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘即為二分也如以十一分除二分亦得一尺八寸一分八釐一毫八絲不盡之數是十一分與一丈之比即同於二分與一尺八寸一分八釐一毫八絲有餘之比也

凡奇零數相減兩分母不同者則用互乘法以兩分母相乘為共母數再以前分母乘後分子又以後分母乘前分子以所得兩子數相減為餘數

設如有三分丈之二減五分丈之三求餘數

五　三　九　一五　二　三　一〇　九　一

法以兩分母三五相乘得一十五為共母數再以前分母三乘後分子三得九又以後分母五乘前分子二得一十將所得兩分子相減餘一即得十五分丈之一為餘數也此法用互乘齊其分母



將三分丈之二變為十五分丈之十將五分丈之三變為十五分丈之九兩分母既同為十五分故兩分子十與九相減餘一為十五分丈之一也此分母不同之減法也如兩分母不同可以加減之使其相同者減之亦如加法中例故不重設如以真數明之共三分丈之二即六尺六寸六分六六釐有餘也共五分丈之三即六尺也相減餘六寸六分六六釐有餘即十五分丈之一也蓋一丈分為十五分每一分得六寸六分六六釐不盡也

凡零數與整數相減者即以分子與分母相減為餘數

設如有米一石內減七分石之五求餘數

一　七

七　五　二

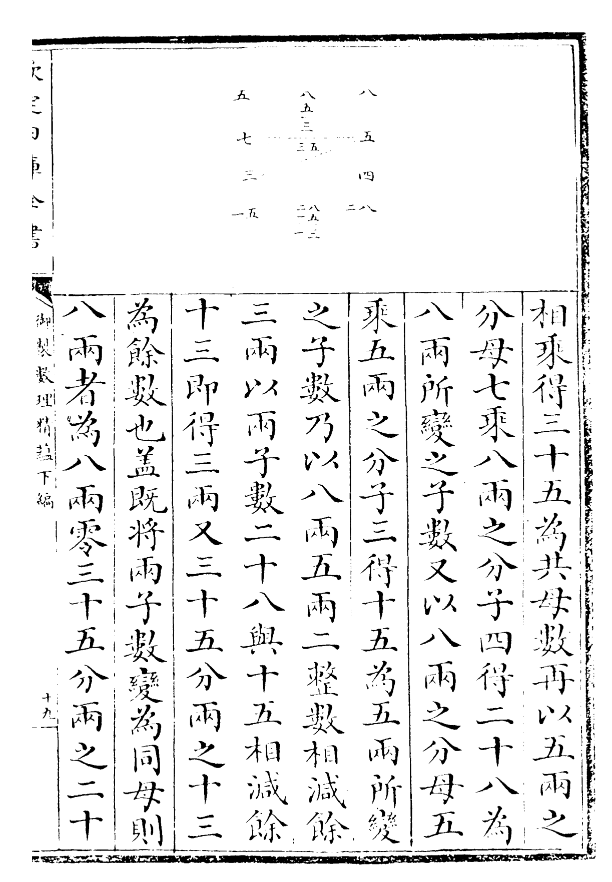
法以整數一石變為七分為分母與分子五相減餘二即得七分石之二為餘數也蓋將一石分為七分而於此七分內減去五分則所餘即七分石之二此整數中減零數法也如以真數明之將一石分為七分則每一分得一斗四升二合八勺五抄七撮有餘共五分即七斗一升四合二勺

八抄五撮有餘也與一石相減餘二斗八升五合七勺一抄四撮有餘即七分石之二也蓋一斗四升二合八勺五抄七撮有餘為一分則二斗八升五合七勺一抄四撮有餘自為二分也

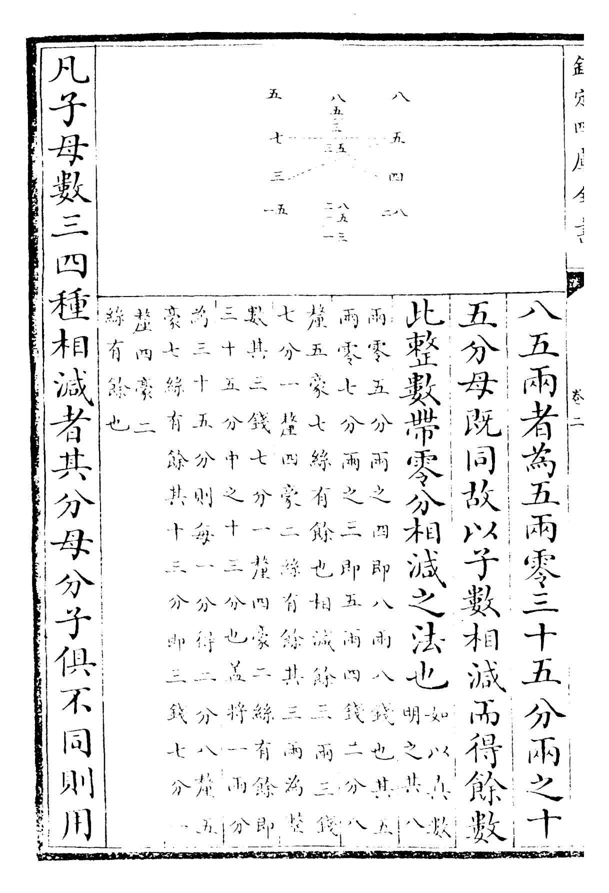
凡整數帶零分相減者將兩零分用互乘法變為同母然後減之

設如有銀八兩零五分兩之四內減五兩零七分兩之三求餘數

法以八兩之零數五分之四與五兩之零數七分之三用互乘法兩分母七五



相乘得三十五為共母數再以五兩之分母七乘八兩之分子四得二十八為八兩所變之子數又以八兩之分母五乘五兩之分子三得十五為五兩所變之子數乃以八兩五兩二整數相減餘三兩以兩子數二十八與十五相減餘十三即得三兩又三十五分兩之十三為餘數也蓋既將兩子數變為同母則八兩者為八兩零三十五分兩之二十



八五兩者為五兩零三十五分兩之十五分母既同故以子數相減而得餘數此整數帶零分相減之法也如以具數明之其八兩零五分兩之四即八兩八錢也其五兩零七分兩之三即五兩四錢二分八釐五毫七絲有餘也相減餘三兩三錢七分一釐四毫二絲有餘其三兩為整數其三錢七分一釐四毫二絲有餘即三十五分中之十三分也蓋將一兩分為三十五分則每一分得二分八釐五毫七絲有餘共十三分即三錢七分一釐四毫二絲有餘也

凡子母數三四種相減者其分母分子俱不同則用

互乘以齊其分母按前法減之如兩分母相同者即將其兩分子相減而與所餘之分母不同者用互乘以減之又或有兩分母相乘後所得之數與所餘之分母相同者則直以所得之分子與所餘之分子相減即得餘數其理與加法同

設如有銅九斤零八分斤之七内減二斤零四分斤之一又減八分斤之三求餘數

法以九斤内減去二斤餘七斤為整數乃以八分斤之七與四分斤之一用互

九 八 七 二八

九二七 三二 二八 二三

二 四 一 八

乘法將八分斤之七變為三十二分斤之二十八將四分斤之一變為三十二分斤之八兩數相減餘三十二分斤之二十又以三十二分斤之二十與第三零數八分斤之三用互乘法將三十二分斤之二十變為二百五十六分斤之一百六十將八分斤之三變為二百五十六分斤之九十六兩數相減餘二百五十六分斤之六十四合前整數共得

八　　二五六　　二二

三　　　　　　二〇

九六　　一六〇　　一六〇
　　　　九六
　　　　〇六四

七斤又二百五十六分斤之六十四為餘數也如用約法則為七斤零四分斤之一蓋二百五十六為四倍六十四令以六十四為一分則二百五十六自得四分也其餘幾種零分內有兩分母相同或兩分母乘出之數與餘一分母相同俱照同分母之例減之故不再設或零分有四種五種者亦俱倣此比幾種零分相減之法也如以真數明之共九斤零八分斤之七即

九斤十四兩也內減二斤零四分斤之一是減去二斤四兩又減去八分斤之三是又減去六兩也餘七斤零四兩即七斤零四分斤之一也蓋一斤分為四分則每一分得四兩今七斤零四兩故謂七斤零四分斤之一也

乘法

零分與零分相乘者兩分母兩分子各相乘所得之數即乘出之分也

設如有三分丈之二與五分丈之四相乘問得幾何

法以兩分母三五相乘得十五分為乘出之分母又以兩分子二四相乘得八

分為乘出之分子即定為十五分丈之八為所得之數也今以圖明之如甲乙為一丈而甲丁亦為一丈作一甲乙丙丁正方形將甲丁分為三分甲乙分為五分內共容十五分即共母數乃兩分母三與五乘出之數也其甲丁之三分之二為甲戊甲乙之五分之四為甲己二數相乘得甲己庚戊長方形內容八分即共子數乃兩分子二與四乘出之

丁　戊　甲
庚　己
丙　乙

數也甲乙丙丁正方與甲己庚戊長方相較即知甲己庚戊長方為甲乙丙丁正方中之十五分之八矣此零分乘零分之法也如以真數明之共三分丈之二即六尺六寸六分六釐有餘也共五分丈之四即八尺也相乘得五十三尺三十三寸三十三分三十三釐有餘即十五分丈之八也蓋一丈正方內容百尺分為十五分則每一分得六尺六十六寸六十六分六十六釐有餘今得共八十分即五十三尺三十三寸三十三分三十三釐有餘也

零分與整數相乘者分子乘整數而以分母歸之即

所得之數也

設如有七人每人賞銀五分兩之二問共得若干

七　五

二

一四　一四　二八

法以分子二與七人相乘得十四以分母五歸之得二兩八錢即七人共得之數也蓋五分兩之二是一兩分為五分兩得其二分也一人得二分則七人必共得十四分既以一兩分為五分令滿五分收為一兩故以五歸十四得二兩八錢為共數此零分與整數相乘之法

也

整數帶零分與整數乘者先將整數俱通為零分相乘得數以分母自乘之數除之即得

設如有整數二丈又四分丈之一與八丈相乘問得幾何

二丈　四　一九

八丈　　　三二

法以整數二丈用分母四通為八分加入分子一共得九分又以整數八丈用分母四通為三十二分乃與九分相乘得二百八十八分以分母四自乘之一

二八
一六
三八八
一六
一二八
一二八
○○○

三二
九
二八八

十六除之得一十八即定為一丈正方一十八為所得之數也此法蓋以一丈通為四分是四四自乘之數始合一丈自乘之數故一十六者即分母四自乘之數未乘之先既以四通之故相乘之後必以四四自乘之數收之乃得真數此整數帶零分與整數相乘之法也如以真數明之共二丈又四分丈之一即二丈二尺五寸與八丈相乘即得一十八丈也

整數帶零分與零分乘者先將整數通為零分相乘得數以分母自乘之數除之即得

設如有整數二丈又五分丈之四與零分五分丈之三相乘問得幾何

二丈	五	四 一四
	五	三

法以整數二丈用分母五通為十分加入分子四得十四分乃與零分分子三相乘得四十二以分母五自乘之二十五除之得一六八即定為一丈正方一又一尺正方六十八為所得之數也此

四三二
一 四

八
六
一五二五七五二二〇
二四二一一〇

法蓋以一丈通為五分是五五自乘之數始合一丈自乘之數故以二十五除之又二丈之零分五分之四與所乘之零分五分之三為同母故用此法如兩零分分母不同則先將兩零分用互乘法變為同母然後用所變之分母化整為零再與彼一零分相乘得數以所變之分母自乘之數除之即得乘出之數法見下節此整數帶零分與零分相乘之法

也如以真數明之其二丈又五分丈之四即二丈八尺也共五分丈之三即六尺也以六尺與二丈八尺相乘即得一丈六十八尺也

整數帶零分與整數帶零分相乘而零分之分母不同者則以兩零分之分母用互乘法齊其數然後各以相同之分母化整為零兩數相乘再以同母自乘之數除之即得如所帶零分本為同母者可省互乘

設如有長方田闊二丈又四分丈之三長三丈又三分丈之二求積

法以兩分母四三相乘得一十二為共

闊二　四　三　九

一二

長三　三　二　八

四四二　一二

四四三二　五

一三　四

一二　一

母數以前分母四乘後分子二得八以後分母三乘前分子三得九為兩分子數乃以共母數十二化闊二丈為二十四分加入分子九得三十三分為闊邊所變之分數又以共母數十二化長三丈為三十六分加入分子八得四十四分為長邊所變之分數爰以闊三十三分與長四十四分相乘得一千四百五十二乃以共母數十二自乘之一百四

```
　　一〇〇八
一四四
　四五二
二四四
　〇一二〇〇
　　一二五二
　　〇〇四八
```

十四除之得一〇〇八餘四八不盡即定為一丈正方十一尺正方八零一百四十四分尺之四十八約為三分尺之一為所得之數也此整數帶零分與整數帶零分相乘之法也如以真數明之其闊二丈又四分丈之三即二丈七尺五寸也其長三丈又三分丈之二即三丈六尺六寸六分六釐有餘也以二丈七尺五寸與三丈六尺六寸六分六釐有餘相乘即得一十丈零八尺有餘也

大分下又帶小分相乘者其例有四所謂大分下帶小分者是將大

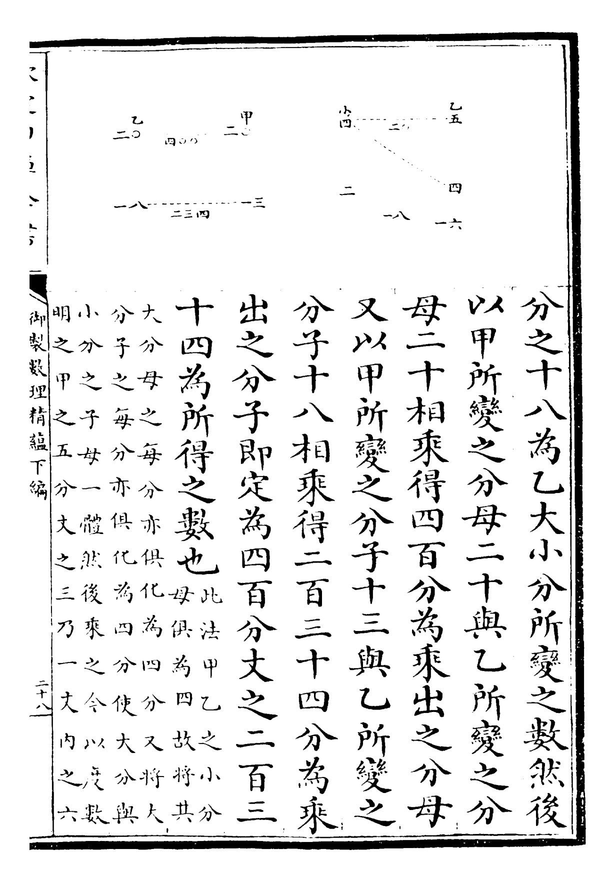
分之一分又分為幾分如大分五分之三又帶小分四分之一是將大分五分之三之一分又分為四分兩得其一分也有大小分母俱同者有大小分母俱不同者有大分母同兩小分母不同者有大分母不同兩小分母同者令以一法馭之總以小分母通大分母為母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之兩母數兩子數對乘即得總以小分母通之者蓋小分母又為大分母之每一分之幾分小分不能使大大分可以變小使大分母大分子俱變為小分母一體然後可以相乘乘之即所以通之也設法中以度數明之其理自顯

設如有甲數五分丈之三又帶此一分之四分之一

與乙數五分丈之四又帶此一分之四分之二相乘問得幾何此大小分母俱同者也

小四　十五　二　三　一　一三　一二

法以甲數小分母四通大分母五得二十仍以小分母四通大分子三得一十二再加入小分子一得一十三共得二十分之十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母四通大分母五得二十仍以小分母四通大分子四得一十六再加入小分子二得一十八共得二十



分之十八為乙大小分所變之數然後以甲所變之分母二十與乙所變之分母二十相乘得四百分為乘出之分母又以甲所變之分子十三與乙所變之分子十八相乘得二百三十四分為乘出之分子即定為四百分丈之二百三十四為所得之數也此法甲乙之小分母俱為四故將共大分母之每分亦俱化為四分又將大分子之每分亦俱化為四分使大分與小分之子母一體然後乘之今以度數明之甲之五分丈之三乃一丈內之六

甲　丈　乙

尺其所帶小分之四分之一乃二尺内
之五寸是甲數共為六尺五寸乙之五
分丈之四乃一丈内之八尺其所帶小
分之四分之二乃二尺内之一尺是乙
數共為九尺六尺五寸與九尺相乘得
五十八尺五十寸是一丈正方為一百
尺而得其五十八尺又小餘五寸也
若以分母四乘一百尺得四百分又乘
得數五十八尺五十寸得二百三十四
分故為四百分之二百三十四也若以
尺隨寸命之則五十八尺五十寸又為
五千八百五十寸以大分每一分通為
小分四分則每一千寸分為四分每分
得二百五十寸以二百五十寸歸五千
八百五十寸得二十三寸四十分乃四
十分中之二十三又小零分之四分進
而命為丈則為四百分
丈之二百三十四也

設如有甲數四分丈之三又帶此一分之七分之二與乙數九分丈之五又帶此一分之三分之一相乘問得幾何此大小分母俱不同者也

甲四　二八　三　二一
小七　二　二三
乙九　五　一五
小三　二七　一　一六

法以甲數小分母七通大分母四得二十八仍以小分母七通大分子三得二十一再加入小分子二得二十三共得二十八分之二十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母三通大分母九得二十七仍以小分母三通大分子五

乙九 二七 小三
五 一
一五 一六

甲八 二八 乙七 二七
七五六
二三 一六
三六八

得一十五再加入小分子一得一十六共得二十七分之一十六為乙大小分所變之數然後以甲所變之分母二十八與乙所變之分母二十七相乘得七百五十六分為乘出之分母又以甲所變之分子二十三與乙所變之分子一十六相乘得三百六十八分為乘出之分子即定為七百五十六分大之三百六十八為所得之數也如以真數明之甲四分大之三

設如有甲數八分丈之三又帶此一分之四分之一

即一丈內之七尺五寸又帶小分七分之二即二尺五寸內之七寸一分四釐三豪有餘是甲數共為八尺二寸一分四釐二豪有餘也乙九分丈之五即一丈內之五尺五寸五分五釐五豪有餘又帶小分三分之一即一尺一寸一分一釐一豪有餘內之三寸七分零三豪有餘是乙共為五尺九寸二分五釐九豪有餘也兩數相乘得四十八尺六十七寸六十五分有餘即七百五十六分丈之三百六十八也如以七百五十六分除三百六十八分亦得四十八尺六十七寸六十五分不盡之數蓋七百五十六分為一百尺則三百六十八分自得四十八尺六十七寸六十五分有餘也

與乙數八分丈之四又帶此一分之六分之五相乘問得幾何此大分母同兩小分母不同者也

甲八　小四
三二
三　一
一二　一三

法以甲數小分母四通大分母八得三十二仍以小分母四通大分子三得一十二再加入小分子一得一十三共得三十二分之一十三為甲大小分所變之數又以乙數小分母六通大分母八得四十八仍以小分母六通大分子四得二十四再加入小分子五得二十九

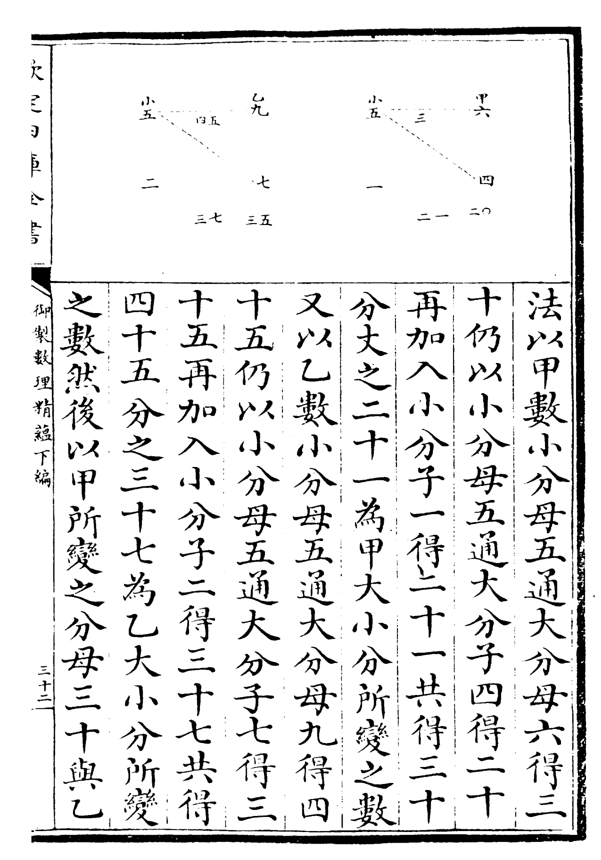
乙八
四
二四
二九
五

甲三二
乙四八
一五三六
一三
二九
三七七

共得四十八分之二十九為乙大小分所變之數然後以甲所變之分母三十二與乙所變之分母四十八相乘得一千五百三十六分為乘出之分母又以甲所變之分子十三與乙所變之分子二十九相乘得三百七十七分為乘出之分子即定為一千五百三十六分大之三百七十七為所得之數也如以真數明之甲八分丈之三即三尺七寸五分又帶比一分之四分之一即三寸一分二釐

五毫是甲數共為四尺零六分二釐一五毫也乙八分丈之四即五尺又帶比一分之六分分之五即一尺零四分一釐六毫有餘是乙數共為六尺零四分一釐六毫有餘也兩數相乘得二十四尺五十四寸四十二分有餘即一千五百三十六分丈之三百七十七也如以一千五百三十六分除三百七十七分亦得二十四尺五十四寸四十二分不盡之數蓋一千五百三十六分為一百尺則三百七十七分自得二十四尺五十四寸四十二分有餘也

設如有甲數六分丈之四又帶比一分之五分之一與乙數九分丈之七又帶比一分之五分之二相乘問得幾何此大分母不同而小分母同者也



法以甲數小分母五通大分母六得三十仍以小分母五通大分子四得二十再加入小分子一得二十一共得三十分丈之二十一為甲大小分所變之數又以乙數小分母五通大分母九得四十五仍以小分母五通大分子七得三十五再加入小分子二得三十七共得四十五分之三十七為乙大小分所變之數然後以甲所變之分母三十與乙

甲 三 ---- 一三五〇 ---- 五 乙 四

二一 ---- 七七七 ---- 三七

所變之分母四十五相乘得一千三百五十分為乘出之分母又以甲所變之分子二十一與乙所變之分子三十七相乘得七百七十七分為乘出之分子即定為一千三百五十分之七百七十七為所得之數也如以真數明之甲六分丈之四即六尺六寸六分六氂六豪有餘又帶此一分之五分之一即三寸三分三氂三豪有餘是甲數共為六尺九寸九分九氂九豪有餘也乙九分丈之七即七尺七寸七分七氂七豪有餘又帶此一分之五分之二即四寸四分四氂四豪有餘是乙

數共為八尺二寸二分二釐二毫有餘也兩數相乘得五十七尺五十五寸五十五分有餘即一千三百五十分大之七百七十七也如以一千三百五十分除七百七十七分亦得五十七尺五十五寸五十五分不盡之數蓋一千三百五十分為一百尺則七百七十七分自得五十七尺五十五寸五十五分有餘也

除法

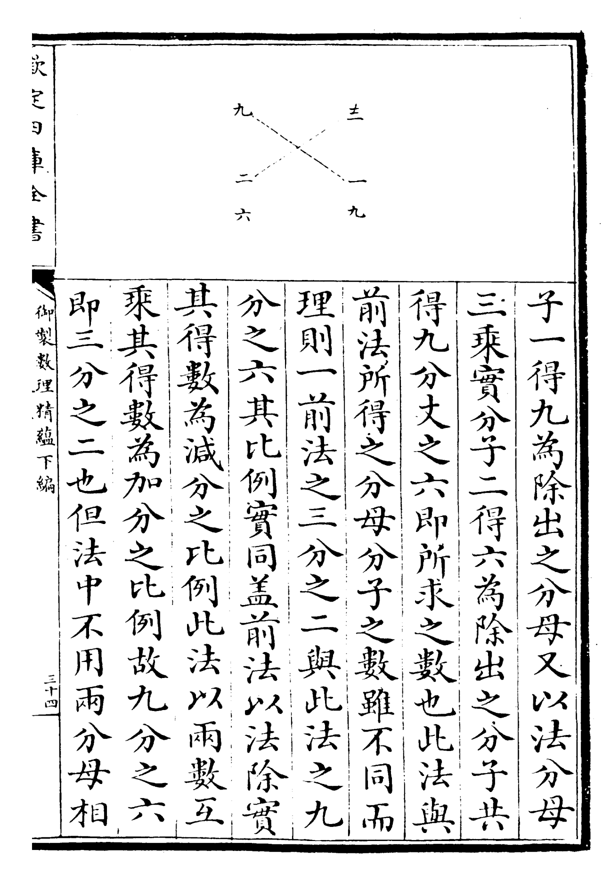
零分歸除零分者兩分母兩分子各自除之所得之數即除出之分也如有奇零不盡者用互乘法齊之即得分數其比例與除出之法同

設如有九分丈之二以三分丈之一除之求得幾何

法以九分丈之二為實三分丈之一為法以法分母三除實分母九得三為除出之分母又以法分子一除實分子二仍得二為除出之分子即定為三分丈之二為所得之數也此法即乘法內兩分母兩分子各相乘為所得之數者轉用之耳此零分除零分之法也

三　三
九
一　二
二

又法以互乘代除以實分母九乘法分



子一得九為除出之分母又以法分母三乘實分子二得六為除出之分子共得九分丈之六即所求之數也此法與前法所得之分母分子之數雖不同而理則一前法之三分之二與此法之九分之六其比例實同葢前法以法除實其得數為減分之比例此法以兩數互乘其得數為加分之比例故九分之六即三分之二也但法中不用兩分母相

九　　三

二　　一

六　　九

乘之數省去一層耳如欲明晰其故則以兩分母九與三相乘得二十七法分母三與實分子二相乘得六實分母九與法分子一相乘得九是將三分之一變為二十七分之九將九分之二變為二十七分之六其兩分母既等則其兩分子自成比例故九與六之比即同於三與二之比九分之六以三約之非三分之二耶如以真數明之實九分丈之二為兩積即二十二尺二十

二寸二十二分二十二釐有餘也法三分丈之一為邊線即三尺三寸三分三釐有餘也除之得六尺六寸六分六釐有餘即三分丈之二也如以三分除二分亦得六尺六寸六分六釐不盡之數蓋三分為一丈具二分自得六尺六寸六分六釐有餘也

整數歸除零分者分母通整數以除分子即得所求之數

設如有五分丈之三以八丈除之求得幾何

法以分子三為實以分母五通整數八丈得四十為法除之得七寸五分即所

五 —— 四〇 —— 八

三　　　三 / 七五

求之數也此法以五分乘八丈者是分母通整數將每丈俱通為五分也八丈既通為四十分則五分之三之每一分即與四十分中之每一分同等然而零數三分以四十分除之而得七寸五分者則又為變分為尺寸之比例矣四十分與一丈之比即同於三分與七寸五分之比此整數除零分之法也

零分歸除整數者分母通整數而以分子除之即得

所求之數

設如有六丈以三分丈之二除之求得幾何

三 ⋯⋯ 一八 ⋯⋯ 六

二 　 一八 一九

法以分母三通整數六丈得一十八為實以分子二為法除之得九丈即所求之數也此法以三分乘六丈者是將每丈俱通為三分也六丈既通為十八分則十八分中之每一分與三分之二之每一分同等故以分子二除十八得九丈此零分除整數之法也

整數帶零分歸除整數者先將法實之兩整數俱通為零分而於法中加入分子除之即得

設如有二十四丈以二丈零三分丈之二除之求得幾何

二丈 三 二 八

七二 九

二四丈 ○ ○二 七二

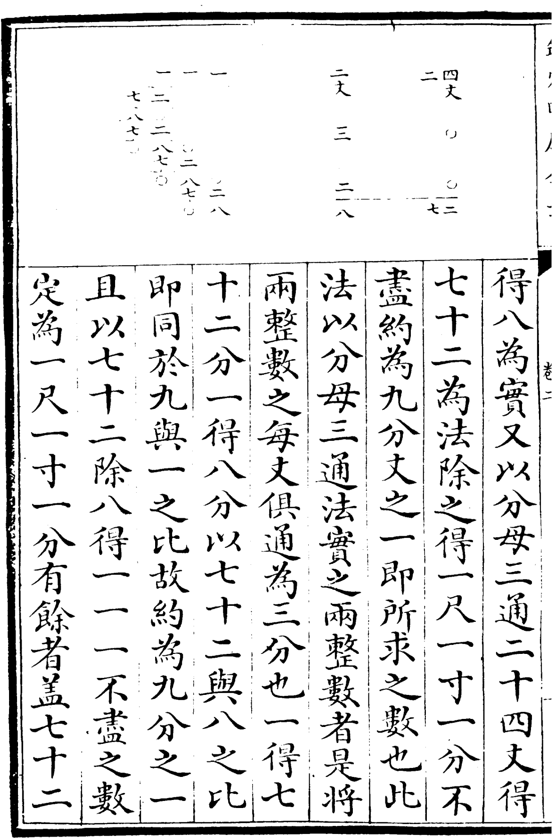
法以分母三通二十四丈得七十二為實又以分母三通二丈得六加入分子二得八為法除之得九丈即所求之數也此法以分母三通實二十四丈是將實之每丈俱化為三分也又以分母三

通法二丈是將法之每丈亦俱化為三分也兩整數俱化為同等則法實一體故法除實而得所求之數也此整數帶零分除整數之法也

整數歸除整數帶零分者先將法實之兩整數俱通為零分而於實中加入分子以法除之即得

設如有二丈零三分丈之二以二十四丈除之求得幾何即以前法數目作題者取其易明也

法以分母三通二丈得六加入分子二



得八為實又以分母三通二十四丈得七十二為法除之得一尺一寸一分不盡約為九分丈之一即所求之數也此法以分母三通法實之兩整數者是將兩整數之每丈俱通為三分也一得七十二分一得八分以七十二與八之比即同於九與一之比故約為九分之一且以七十二除八得一一一不盡之數定為一尺一寸一分有餘者蓋七十二

分與一丈之比即同於八分與一尺一寸一分有餘之比也此整數除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除零分者先將整數通為零分加入分子除之即得

設如有五分丈之四以三丈零八分丈之一除之求得幾何

法以五分丈之四為實以法之分母八通三丈得二十四加入分子一得二十

三丈　一五二五

〇五　四

八五二六五　二五一六〇四

五共得八分丈之二十五為法用兩分母兩分子各自歸除之法以法分母八除實分母五得六二五為除出之分母以法分子二五除實分子四得一六〇為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得二尺五寸六分即所求之數也蓋法之三丈又八分丈之一乃三丈一尺二寸五分也實之五分丈之四乃八尺也以三丈一尺二寸五分歸除

六〇
五〇五五五
二五〇〇二七七〇
二〇五五一三三〇
六六二三三
一一〇

八尺每丈得二尺五寸六分是三丈一尺二寸五分與一丈之比即同於八尺與二尺五寸六分之比也令以分母六二五除分子一六〇亦得二尺五寸六分是六二五與一丈之比即同於一六〇與二尺五寸六分之比也然六二五與三丈一尺二寸五分之比又即同於一六〇與八尺之比而皆為加倍之比例也此整數帶零分除零分之法也又

八	一
二五	四
一二五	三二

或整數通為零分加入分子之後以法除實而數有奇零不盡者則用互乘代除之法如前數已將整數通為八分丈之二十五為法乃以實分母五乘法分子二十五得一百二十五為除出之分母又以法分母八乘實分子四得三十二為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子亦得二尺五寸六分蓋一百二十五分與一丈之比即同於三十

二分與二尺五寸六分之比也後法之有奇零數而用互乘代除者皆同此例

零分歸除整數帶零分者先將整數通為零分加入分子以法除之即得

設如有四丈又三分丈之二以七分丈之四除之求得幾何

〇　七　四

四丈　三　二　一四

法以實之分母三通四丈得十二加入分子二得十四共得三分丈之十四為實以七分丈之四為法用互乘代除之

七　四　一二

三　一四　九八

八二八六二

一九九○

法以實分母三乘法分子四得十二為除出之分母以法分母七乘實分子一十四得九十八為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得八尺仍餘二不盡命為十二分尺之二以法約之為六分尺之一共得八尺零六分尺之一即所求之數也蓋十二與一尺之比即同於九十八與八尺有餘之比也此零分除整數帶零分之法也

整數帶零分歸除整數帶零分者先各以整數通為零分加入分子而以法除實即得

設如有田五畝又三分畝之二共租銀五兩又二十七分兩之一求每畝得租銀幾何

田五畝 三 二
一七

銀五兩 二七 一
一三六

法以銀分母二十七通五兩得一百三十五加入分子一得一百三十六共得二十七分兩之一百三十六為實又以田分母三通五畝得十五加入分子二得十七共得三分畝之十七為法用互

三　一七　四五九
二七　一三六　四〇八

八　二八
八　〇二八七〇
八九〇二八七〇六四
五八七〇六四三
四〇六四三〇
四二〇

乘代除之法以銀分母二十七乘田分子一十七得四百五十九為除出之分母以田分母三乘銀分子一百三十六得四百零八為除出之分子乃以所得之分母除所得之分子得八錢八分八釐零四百五十九分釐之四百零八即每畝所租之銀數也蓋四五九與一兩之比即同於四〇八與八錢八分八釐有餘之比也此整數帶零分除整數帶

零分之法也

大零分下又帶小零分相除者其例有四（有大小分母俱同者有大小分母俱不同者有大分母同而小分母不同者有大分母不同而小分母同者）令以一法馭之總以小分母通大分母為母數又以小分母通大分子加入小分子為子數然後以所變之子母數用互乘代除之法歸之即得（如用子母各自對除亦得但恐數有奇零故用此法）

設如有甲八分丈之七又帶此一分之五分之三以乙五分丈之二又帶此一分之四分之一除之求

得幾何

甲八 七 三五
小五 四 三 三八
乙五 二 八
小四 二 一 九

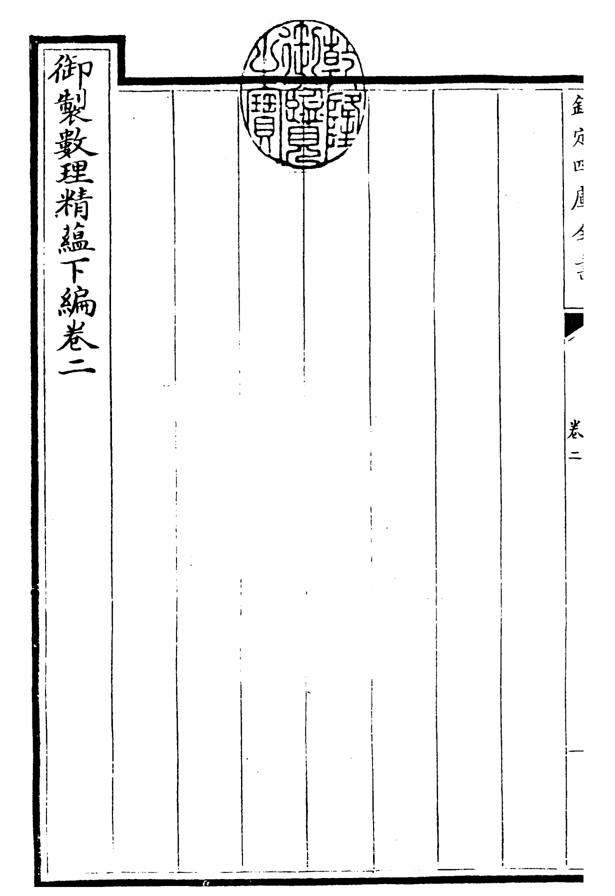
法以甲小分母五通大分母八得四十
仍以小分母五通大分子七得三十五
再加入小分子三得三十八共得四十
分丈之三十八為甲大小分所變之數
以之為實又以乙小分母四通大分母
五得二十仍以小分母四通大分子二
得八再加入小分子一得九共得二十
分丈之九為乙大小分所變之數以之

乙 二〇 九 三六〇

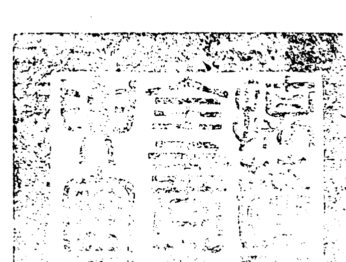
甲 四〇 三八 七六〇

為法然後用互乘代除之法以甲所變之分母四十乘乙所變之分子九得三百六十為除出之分母又以乙所變之分母二十乘甲所變之分子三十八得七百六十為除出之分子乃以所得之分母三百六十除所得之分子七百六十得二尺一寸一分一釐零三百六十分釐之四十約為九分釐之一即所求之數也蓋三六〇與一尺之比即同於

七六○與二尺一寸一分一釐有餘之比也此大零分下帶小零分相除之法也共分母分子俱同及分母同而分子不同分母不同而分子同者皆用此例故不重設



御製數理精蘊下編卷二



總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣劉國永

繪圖監生臣周　緯

欽定四庫全書薈要

子部

御製數理精藴下編卷三

詳校官主事臣陳木

欽定四庫全書薈要卷一萬八百二十六 子部

御製數理精蘊下編卷三

線部一

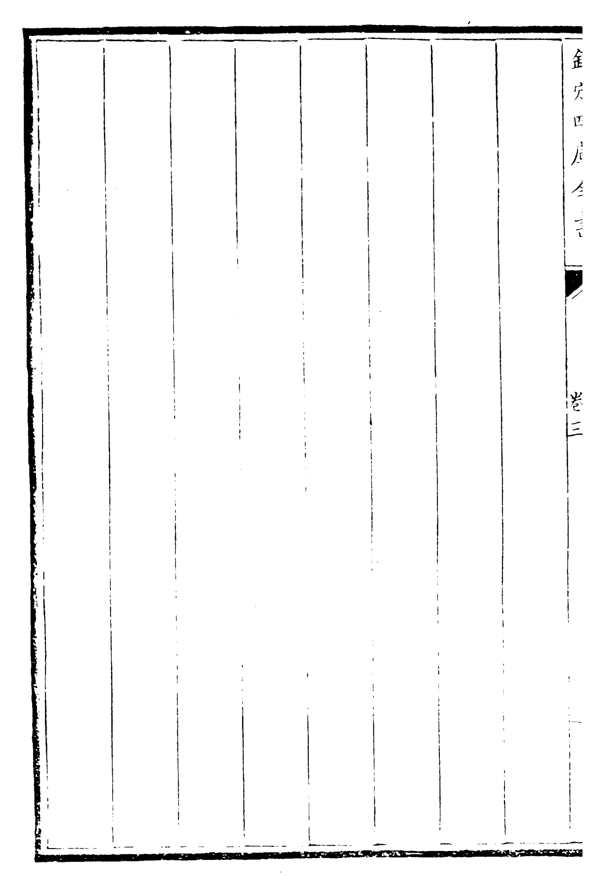
正比例

轉比例

合率比例

正比例帶分

轉比例帶分



比例

凡物彼此相形並之而用加較之而用減聚之而用乘散之而用除觀之不過兩率然乘除之間四率之理已默寓其中如因乘命法曰人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而得大者也如歸除命法曰有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大而得小者也蓋因命數以一人為

法故乘與除各省其率耳是雖名為乘除而實為相比之四率也至於比例正法則所該甚廣大而推步七政天行測量高深廣遠小而量功命事度大移小無一非由比例而得蓋以兩數為比例用今有之數即可以得未有之數也比例之理雖分相連相當二種而相當比例之中實又兼相連比例相當比例一率比二率如三率比四率而相連比例首率比中率若中率比末率者即是中率為二率而又為三率也盡人皆知線有線之比例面有面之比例體有體之

比例殊不知差分盈朒方程借衰疊借之類正皆比例之屬也然此類中有合數之比例分數之比例均數之比例借數之比例非條分縷析各項專論則不備故仍舊名各自為類而獨於比例中最切者詳明其理以例法焉其法一名異乘同除或名為準測或名為順單以原有之兩件相除故為同除以今有之一件乘之故為異乘如先乘而後除亦同而今則質言之曰正比例蓋以原有之兩件為一率二率以今有之一件為三率而所求之一件則為四率也一名為同乘異除或名為變測或名為互視

（或名為逆單）以原有之兩件相乘故為同乘以今有之一件除之故為異除而今則質言之曰轉比例蓋以原有之兩件為二率三率以今有之一件為一率而所求之一件則為四率也然論其乘除之名雖異究其比例之理則一而已今以數明之如原有之兩數為二與四今有之一數為八以原有之二作一率原有之四作二率今有之八作三率即得今所求之四率為十六而一率二與二率四之比即三率八與四率十六之比為相當之比例也如原有之兩數為八與

四今有之一數為十六以原有之八作二率原有之四作三率今有之十六作一率即得今所求之四率為二而一率十六與二率八之比即三率四與四率二之比或以一率十六與三率四之比即同於二率八與四率二之比皆為相當之比例也總之乘除之名有異同四率之列有更換而既成比例之後其理無不歸於大同由此引伸觸類推而廣之有合幾四率而為一四率者則名為同乘同除或名為重測或名為順較逆較而今則質言之曰合率比例盖其理亦不過合幾乘

而為一乘合幾除而為一除各按四率參互錯綜豈能出於比例之外哉凡此比各種比例俱設數例於後以明立法之根加之解說以廣用法之意

正比例

設如有銀買米每米一石銀八錢今買米二百四十石問共該銀若干

一率	一石
二率	八錢
三率	二百四十石
四率	一百九十二兩

法以米一石為一率銀八錢為二率今買米二百四十石為三率二三率相乘一率除之得四率一百九十二兩即共銀數也盖一石與二百四十石為加二百四十倍而八錢與一百九十二兩亦為加二百四十倍見幾何原本六卷第十五節故一

一率	一石
二率	八錢
三率	二百四十石
四率	一百九十二兩

石與八錢之比即同於二百四十石與一百九十二兩之比也此法一率是一止用八錢乘二百四十石亦得但為明正比例之理故首設一二易法使人好推尋也

設如有銀買米每銀一兩買米一石三斗今有銀三百二十兩問共買米若干

一率	一兩
二率	一石三斗
三率	三百二十兩
四率	四百一十六石

法以銀一兩為一率米一石三斗為二率今銀三百二十兩為三率二三率相乘一率除之得四率四百一十六石即共米數也蓋一兩與一石三斗之比即

同於三百二十兩與四百一十六石之比也

設如有銀賞人每三人賞銀一兩八錢今有二百四十人問共該銀若干

一率	三人
二率	一兩八錢
三率	二百四十人
四率	一百四十四兩

法以三人為一率一兩八錢為二率今有二百四十人為三率二三率相乘一率除之得四率一百四十四兩即共銀數也蓋三人與一兩八錢之比即同於二百四十人與一百四十四兩之比也

設如有穀換米每穀一石四斗換米八斗四升今有穀三十二石六斗八升問換米若干

一率	穀一石四斗
二率	米八斗四升
三率	穀三十二石六斗八升
四率	米一十九石六斗零八合

法以穀一石四斗為一率米八斗四升為二率今有穀三十二石六斗八升為三率二三率相乘一率除之得四率一十九石六斗零八合即所換共米數也蓋穀一石四斗與米八斗四升之比即同於穀三十二石六斗八升與米一十九石六斗零八合之比也

設如天上二度當地面四百里令七度該里數若干

一率	二度
二率	四百里
三率	七度
四率	一千四百里

法以原有之二度為一率四百里為二率令有之七度為三率二三率相乘一率除之得四率一千四百里即七度之里數也蓋一率二與二率四之比為加一倍而三率七與四率十四之比亦為加一倍故二率得一率中之幾分之幾則四率亦得三率中之幾分之幾而為相當比例四率也

設如一星一日內行一度三十分今問八刻內應行若干

一率　九十六刻
二率　九十分
三率　八刻
四率　七分半

法以原數一日變作九十六刻為一率一度三十分變作九十分（一度作六十分加入三十分共九十分）為二率今星行八刻為三率二三率相乘一率除之得四率七分半即八刻內所行之數蓋九十六刻與九十分之比即同於八刻與七分半之比也然將日變為刻者因每日九十六刻不

以十進位又令所有者為八刻故以刻數與刻數相比也度變為分者因每度六十分亦不以十進位而令八刻內所行者必為分故以分數與分數相比也

設如驗時儀算砲聲自烟起至聞聲計七秒得五里令得十四秒問里數若干

一率	七秒
二率	五里
三率	十四秒
四率	十里

法以七秒為一率五里為二率今得十四秒為三率二三率相乘一率除之得四率十里即十四秒之里數也蓋七秒

與五里之比即同於十四秒與十里之比也

設如有羊四百六十隻共賣銀八十二兩八錢問每羊一隻價銀幾何

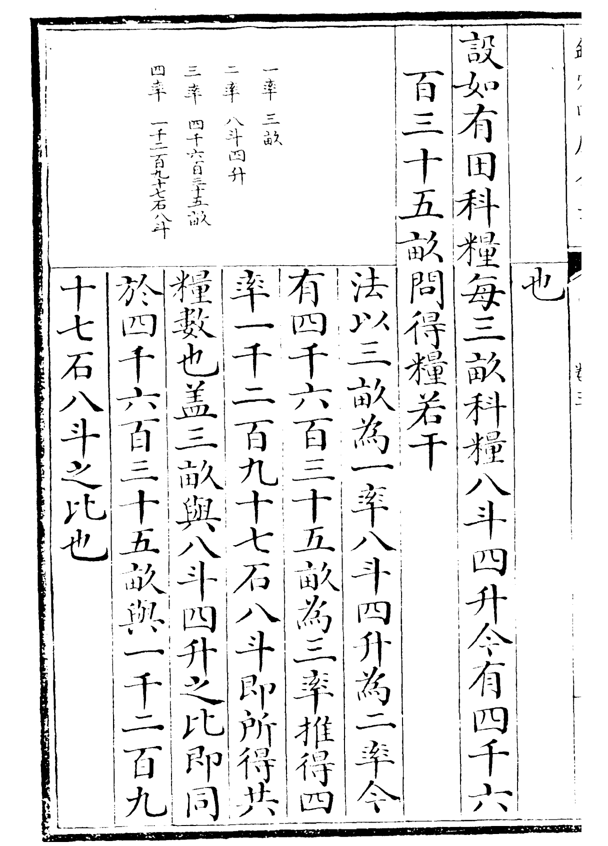
一率	四百六十隻
二率	八十二兩八錢
三率	一隻
四率	一錢八分

法以羊四百六十隻為一率銀八十二兩八錢為二率羊一隻為三率推得四率一錢八分即每羊一隻之價也此法三率是一止用羊四百六十隻歸除八十二兩八錢亦得但列四率法中不得不備其一體也

設如有羊一羣共二百四十隻又生羔七十二隻問加羊羣內十分之幾

一率　二百四十隻
二率　十分
三率　七十二隻
四率　三分

法以羊二百四十隻為一率十分為二率今生羔七十二隻為三率推得四率三分即為加羊羣內十分之三也蓋二百四十與十分之比即同於七十二與三分之比若將二百四十作十分每分得二十四將羊羔七十二作三分每分亦得二十四總而約之故為十分之三



也

設如有田科糧每三畝科糧八斗四升今有四千六百三十五畝問得糧若干

一率　三畝
二率　八斗四升
三率　四千六百三十五畝
四率　一千二百九十七石八斗

法以三畝為一率八斗四升為二率今有四千六百三十五畝為三率推得四率一千二百九十七石八斗即所得共糧數也蓋三畝與八斗四升之比即同於四千六百三十五畝與一千二百九十七石八斗之比也

設如用古量法豆區釜皆以四進有八十豆當二十

區有二十區當釜若干

一率	八十豆
二率	二十區
三率	二十區
四率	五釜

法以八十豆為一率二十區為二率又為三率推得四率五釜即二十區所當釜數也此正比例中相連比例法也蓋因二十區與二十區相乘得四百區而八十豆與五釜相乘亦得四百區二十區既為二率又為三率故謂相連比例是以八十豆與二十區之比即同於二

十區與五釜之比也

設如一商原有本銀三千兩一年得利銀九百兩今復將九百兩為本問一年得利若干

一率	三千兩
二率	九百兩
三率	九百兩
四率	二百七十兩

法以三千兩為一率九百兩為二率又為三率推得四率二百七十兩即九百兩所得之利也此法以九百兩為二率又為三率蓋三千兩與九百兩之比為三與九之比例而九百兩與二百七十兩之比亦為三與九之比例也

轉比例

設如有田一畝原闊八步長三十步今闊要十二步問長得幾何

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

法以今闊十二步為一率原長三十步為二率原闊八步為三率二三率相乘一率除之得四率二十步即今闊十二步之長也此法以原有之兩數相乘以今有之一數除之而得今所求之數者因乘出兩數相同故也在正比例原有

一率　今闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　今長二十步

之兩件為一率二率今有之一件為三率而今所求之一件為四率俱以原有之一件與今有之一件相乘其積相同在轉比例則原有之兩件為二率三率今有之一件為一率而今所求之一件為四率是原有之兩件相乘今有之兩件相乘其積相同此兩法異同之故也

雖今闊比原闊多而今長却比原長少故原有之闊八步與長三十步相乘得二百

一率　今闊十二步

二率　原長三十步

三率　原闊八步

四率　今長二十步

四十步而今有之闊十二步與長二十步相乘亦得二百四十步其積既同是以轉而比之自成比例葢今闊比原闊多三分之一今長比原長少三分之一其比例相同見幾何原本七卷第三節故今闊十二步與原闊八步之比即同於原長三十步與今長二十步之比也若借正比例論之以原闊八步為一率原長三十步為二率今闊十二步為三率二三率相乘一

率除之得四率四十五步則是令闊比原闊多令長亦比原長多所容積數亦多而與一畝之數不合矣故轉以令闊十二步為一率原長三十步為二率原闊八步為三率而得四率二十步是為一率與三率之比同於二率與四率之比也

一率　令闊十二步
二率　原長三十步
三率　原闊八步
四率　令長二十步

設如有地寬二十丈長一百二十丈今換地寬三十丈問長得幾何

一率　今寬三十丈
二率　原長一百二十丈
三率　原闊二十丈
四率　今長八十丈

法以今寬三十丈為一率原長一百二十丈為二率原寬二十丈為三率二三率相乘一率除之得八十丈即今寬三十丈之長也此法原有之寬與長相乘得二千四百丈今有之寬與長相乘亦得二千四百丈其積既同故轉而比之自成比例以今寬比原寬以原長比今長俱三與二之比例是以今寬三十丈與原寬二十丈之比即同於原長一百

二十丈與今長八十丈之比也

設如傭工開渠八人開之二十日完今加倍用十六人開之問得幾日完

一率 今十六人
二率 原二十日
三率 原八人
四率 今十日

法以今十六人為一率原二十日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十日即十六人完工之日也此法因工少而用日多故加人使工多而用日少蓋今十六人與原八人之比即今之工加一倍而原二十日與今十

日之比則今所得之日亦必減一倍故一率十六人與三率八人之比即同於二率二十人與四率十日之比也

設如有地四百八十畝八人耕之十二日完今用六人耕之問得幾日完

一率	今六人	
二率	原十二日	
三率	原八人	
四率	今十六日	

法以今六人為一率原十二日為二率原八人為三率二三率相乘一率除之得四率十六日即六人耕完之日也此法人數日數不同而所耕之田則同為

一率　今六人
二率　原十二日
三率　原八人
四率　今十六日

四百八十畝而所用之工又同為九十六故以八人論一日八工十二日則用九十六工以六人論一日六工十六日亦用九十六工也故轉用四率自成比例以一率六人與三率八人之比即同於二率十二日與四率十六日之比也

設如衆軍支米足用四年則每人每月支米三斗今欲將四年之米足用十二年問每人每月應支幾何

一率　今十二年
二率　原三斗
三率　原四年
四率　今一斗

法以今欲用十二年為一率原支米三斗為二率足用四年為三率二三率相乘一率除之得四率一斗即足用十二年每人每月應支之數也此法支米多則足用年數少今支米少則足用年數多蓋四年與十二年之比在年為加三分之二而三斗與一斗之比在米又為減三分之二其比例固同也

設如木星十二年一周天每年行三十度土星則二

十八年一周天問每年行幾度

法以土星所行一周二十八年為一率木星每年所行三十度為二率木星所行一周十二年為三率二三率相乘一率除之得四率十二度五十一分二十五秒有餘即土星每年所行之度數也蓋木星周天比土星年數少而行度卻多土星周天比木星年數多而行度卻少多得少而少反得多故轉而比之以

一率　土一周二十八年
二率　木每年行三十度
三率　木一周十二年
四率　土每年行十二度餘

二十八年與十二年之比即同於三十度與十二度有餘之比也

設如一人借人之絹寬三尺長二十四丈今還絹寬四尺問長該若干

一率	今寬四尺
二率	原長二十四丈
三率	原寬三尺
四率	今長一十八丈

法以今絹寬四尺為一率原絹長二十四丈為二率原絹寬三尺為三率二三率相乘一率除之得四率十八丈即為今所還寬四尺絹之長也蓋原絹寬三尺長二十四丈相乘得七百二十尺今

一率　今寬四尺
二率　原長二十四丈
三率　原寬三尺
四率　今長一十八丈

絹寬四尺長十八丈相乘亦得七百二十尺因其積數相同故今絹寬四尺與原絹寬三尺之比即同於原絹長二十四丈與今絹長十八丈之比也

設如驗時儀墜子其繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲四刻內來往共三千次今造一墜欲使來一秒往一秒問繩長若干

法以四刻化三千六百秒為今墜子往來次數自乘得一千二百九十六萬次

一率　今一千二百九十六萬次
二率　原四尺四寸八分一釐二毫八絲
三率　原九百萬次
四率　今三尺一寸一分二釐

為一率原隧繩長四尺四寸八分一釐二毫八絲為二率以原隧往來三千次自乘得九百萬次為三率二三率相乘一率除之得四率三尺一寸一分二釐即今所求隧繩之長也夫以四刻化秒者蓋以所求之墜子欲其來一秒往一秒也故秒數即次數四刻所化之秒即今墜子在四刻內往來之次數也其比例以次數自乘者因墜子往來之際已

一率　今千二百九十六萬次
二率　原長四尺八分五釐二毫八絲
三率　原九百萬次
四率　今二尺八寸一分二釐

成平面形故以往來之方數相比為面比面而原墜與今墜之長數相比為線比線務使其類相當而後可以相比也是以今墜往來次數自乘與原墜往來次數自乘之比即同於原墜長數與今墜長數之比也然原墜於四刻內往來之次數少而墜却長今墜於四刻內往來之次數多而墜却短故以今墜之往來次數與原墜之往來次數為比即同

於原隧壁之長與今隧壁之長為比所以為轉比例也

設如有正方池一面每邊十二丈今欲作寛八丈之池使其池面積數與方池等問長得幾何

一率　今寛八丈
二率　原長十二丈
三率　原寛十二丈
四率　今長十八丈

法以今池寛八丈為一率原池長十二丈為二率原池寛十二丈為三率推得四率十八丈即今欲作池之長也此轉比例中相連比例法也盖原池方面每邊十二丈其積一百四十四丈即二率

三率相乘之數今所得四率長十八丈與一率寬八丈相乘亦得一百四十四丈兩數相等故以一率今池寬八丈與三率原池寬十二丈之比即同於二率原池長十二丈與四率今池長十八丈之比也

一率　今寬八丈
二率　原長十二丈
三率　原寬十二丈
四率　今長十八丈

設如原用金九兩係九成今用八成金折還當加幾兩

法以今金八成為一率原金九兩為二

一率　今八成
二率　原九兩
三率　原九成
四率　今十兩零一錢二分五釐

率原金九成為三率推得四率十兩零一錢二分五釐內減九兩餘一兩一錢二分五釐即八成金當加之數也此法二率三率為體雖不同而數則一故亦為相連比例蓋以原金九兩又係九成相乘得十成金八兩一錢以今之八成與所得十兩零一錢二分五釐相乘亦得十成金八兩一錢是八成與九成之比即同於九兩與十兩零一錢二分五

釐之比也

合率比例

設如以夏布換棉布但知每夏布三丈價銀二錢每棉布七丈價銀七錢五分今有夏布四十五丈問換棉布若干

一率　二兩二錢五分

二率　一兩四錢

總

三率　夏布二十五丈

四率　棉布四十八丈

法以夏布三丈與棉布價銀七錢五分相乘得二兩二錢五分為一率夏布價銀二錢與棉布七丈相乘得一兩四錢為二率夏布四十五丈為三率推得四率二十八丈即夏布四十五丈所換之

一

一率　夏布三丈
二率　銀二錢
三率　夏布四十五丈
四率　銀三兩

二

一率　銀七錢五分
二率　棉布七丈
三率　銀三兩
四率　棉布二十八丈

棉布數也此法乃兩比例合為一比例也如分作兩比例明之每夏布三丈價銀二錢今夏布四十五丈則價銀應得三兩此一比例也棉布價銀七錢五分得棉布七丈今夏布四十五丈之價三兩則應得棉布二十八丈此又一比例也夫銀三兩原為夏布四十五丈之價則夏布四十五丈所換之棉布二十八丈價銀亦應三兩可知矣蓋兩比例中

總

一率　二兩二錢五分

二率　一兩四錢

三率　今又布四十五丈

四率　梯布二十八丈

一以三丈作一率一以七錢五分作一率故三丈與七錢五分相乘得二兩二錢五分而為一率是合兩一率而為一一率也一以二錢作二率一以七丈作二率故二錢與七丈相乘得一兩四錢而為二率是合兩二率而為一二率也而後比例之三率即此比例之四率如以兩三率相乘為三率則所得四率亦為兩四率相乘之數必須以前比例之

四率除之方得後比例之四率故即以夏布之四十五丈為三率而得棉布之二十八丈為四率也

設如以芝麻換黃米但知每芝麻三石換菉豆五石每菉豆四石換黃米三石今有芝麻五十四石問換黃米若干

一率　十二石
二率　十五石
三率　芝麻五十四石
四率　黃米六十七石五斗

法以芝麻三石與菉豆四石相乘得十二石為一率又以菉豆五石與黃米三石相乘得十五石為二率芝麻五十四

一率　芝麻三石
二率　菉豆五石
三率　芝麻五十四石
四率　菉石九十石

二
一率　菉豆四石
二率　黄米三石
三率　菉豆九十石
四率　黄米六十七石五斗

石為三率推得四率六十七石五斗即芝麻五十四石所换之黄米數也此法亦兩比例合為一比例也如分作兩比例明之每芝麻三石换菉豆五石則芝麻五十四石必换菉豆九十石此一比例也菉豆四石换黄米三石則菉豆九十石必换黄米六十七石五斗此又一比例也夫菉豆九十石原為芝麻五十四石所换則菉豆九十石所换之黄米

即芝麻五十四石所換之黄米可知矣葢以兩比例之各一率相乘為一率兩比例之各二率相乘為二率者即合兩次乘除為一次乘除也

設如養兵七百名每年額餉一萬二千六百兩內有新著伍兵三百名已應役七個月問該餉銀若干

法以原養兵七百名與十二個月相乘得八千四百為一率額餉一萬二千六百兩為二率新兵三百名與七個月相

一率　八千四百
二率　一萬二千六百兩
總三率　二千一百
四率　三千一百五十兩

一

一率　七百兵

二率　一萬二千六百兩

三率　三百兵

四率　五千四百兩

二

一率　十二箇月

二率　五千四百兩

三率　七箇月

四率　二千一百五十兩

乘得二千一百為三率推得四率三千一百五十兩即兵三百名七個月應得之餉銀數也此法亦兩比例合為一比例也如分作兩比例明之兵七百名得一萬二千六百兩則兵三百名應得五千四百兩乃兵三百名十二個月應得之數此一比例也兵三百名十二個月應得五千四百兩則七個月應得三千一百五十兩此又一比例也令以兩比例之各一率相

乘為一率兩比例之各三率相乘為三率者亦得兩比例之各一率二率相乘合為一一率二率也

設如原有鵞八隻換雞二十隻又雞三十隻換鴨九十隻又鴨六十隻換羊二隻今有羊五隻問換鵞幾何

法以所換羊二隻與所換鴨九十隻相乘得一百八十隻再以所換雞二十隻乘之得三千六百隻為一率又以原鴨

一率	三千六百隻
二率	一萬四千四百隻
總 三率	羊五隻
四率	鵞二十隻

一
一率 羊二隻
二率 鴨六十隻
三率 羊五隻
四率 鴨一百五十隻

二
一率 鴨九十隻
二率 鷄三十隻
三率 鴨一百五十隻
四率 鷄五十隻

六十隻與原雞三十隻相乘得一千八百隻又以原鵞八隻乘之得一萬四千四百隻為二率今羊五隻為三率推得四率二十隻即羊五隻所換之鵞數也此法乃三比例合為一比例也如分作三比例明之羊二隻換鴨六十隻則羊五隻必換鴨一百五十隻此一比例也鴨九十隻換雞三十隻則鴨一百五十隻必換雞五十隻此二比例也雞二十

隻換鵞八隻則雞五十隻必換鵞二十隻比三比例也夫雞五十隻原為鴨一百五十隻之所換而鴨一百五十隻又原為羊五隻之所換則雞五十隻所換之鵞二十隻即為羊五隻之所換可知矣今以三比例之各一率連乘之為一率又以三比例之各二率連乘之為二率者正合三比例為一比例也

三

一率 鷄二十隻

二率 鵞八隻

三率 鷄五十隻

四率 鵞二十隻

設如原有菽三斗換黍二斗又黍四斗換稷三斗又

稷五斗換稻四斗又稻六斗換麥五斗今有麥七斗問換菽幾何

一率　一十二石
二率　三十六石
三率　麥七斗
四率　菽二石一斗

法以所換麥五斗與所換稻四斗相乘得二石復以所換稷三斗乘之得六石再以所換黍二斗乘之得一十二石為一率又以原有稻六斗與原有稷五斗相乘得三石復以原有黍四斗乘之得一十二石再以原有菽三斗乘之得三十六石為二率今有麥七斗為三率推

一

率	數
一率	麥五斗
二率	稻六斗
三率	麥七斗
四率	稻八斗四升

二

率	數
一率	稻四斗
二率	稷五斗
三率	稻八斗四升
四率	稷一石零五升

得四率二石一斗即麥七斗所換之菽數也此合四比例為一比例也如分作四比例明之麥五斗換稻六斗則麥七斗必換稻八斗四升此一比例也稻四斗換稷五斗則稻八斗四升必換稷一石零五升此二比例也稷三斗換黍四斗則稷一石零五升必換黍一石四斗此三比例也黍二斗換菽三斗則黍一石四斗必換菽二石一斗此四比例也

三

一率　稷三斗
二率　黍四斗
三率　稷一石零五升
四率　黍一石四斗

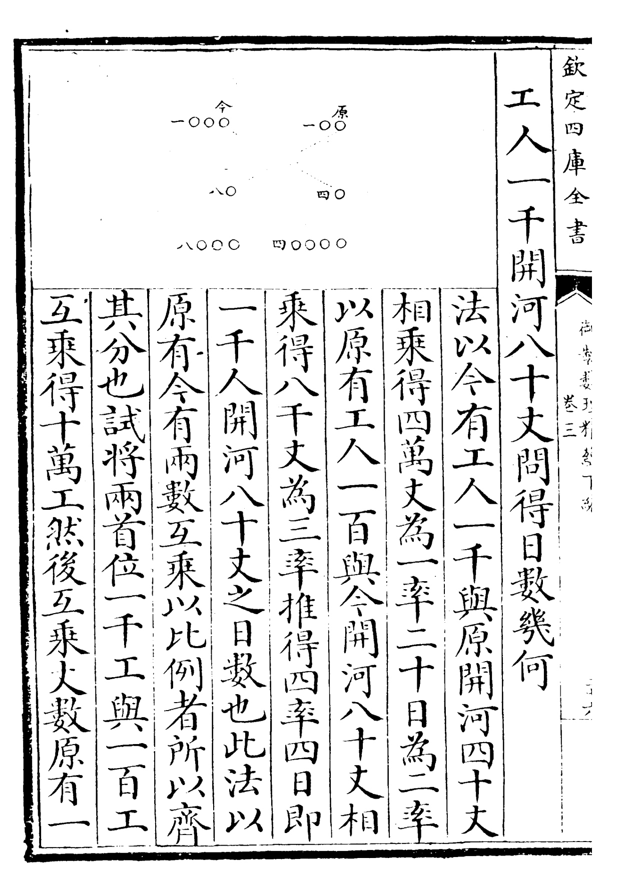
四

一率　黍二斗
二率　菽三斗
三率　黍一石四斗
四率　菽二石一斗

夫黍一石四斗原為稷一石零五升之所換而稷一石零五升又為稻八斗四升之所換而稻八斗四升又為麥七斗之所換則黍一石四斗所換之菽二石一斗即為麥七斗之所換可知矣令以四比例之各一率連乘之為一率又以四比例之各二率連乘之為二率者正合四比例為一比例也

設如原有工八一百開河四十丈二十日工完令有

工人一千開河八十丈問得日數幾何



法以今有工人一千與原開河四十丈相乘得四萬丈為一率二十日為二率以原有工人一百與今開河八十丈相乘得八千丈為三率推得四率四日即一千人開河八十丈之日數也此法以原有今有兩數互乘以比例者所以齊其分也試將兩首位一千工與一百工互乘得十萬工然後互乘大數原有一

總
一率　四萬丈
二率　二十日
三率　八千丈
四率　四日

邊得四萬丈今有一邊得八千丈是原一百工開四十丈則十萬工開四萬丈其比例相同今一千工開八十丈則十萬工開八千丈其比例亦同也因兩工數相同故以四萬丈與二十日之比即同於八千丈與四日之比盖原有十萬工開河四萬丈二十日可完今亦有十萬工開河八千丈則四日可完爲比例四率也然此法實係兩比例合爲一比

一

一率 今一千工

二率 原二十日

三率 原一百工

四率 今二十日

二

一率 原四十丈

二率 原二日

三率 今八十丈

四率 今四日

例也如分作兩比例明之則先以人工為比例原一百工開二十日今一千工即應開二日為今一千工開河四十丈之日數此一轉比例也次用丈數為比例原四十丈應開二日今八十丈則應開四日為今一千工開河八十丈之日數此一正比例也法以兩比例之一率相乘為一率兩比例之三率相乘為三率者正合兩比例為一比例也

設如原有書一百篇六人寫之十日完每篇三百字今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇得字若干

原　今
一○○　二○○
六　八
一二○○　八○○
一○　一二
一二○○○　九六○○

法以今有二百篇與原有六人相乘得一千二百又以原有十日乘之得一萬二千為一率每篇三百字為二率以原有一百篇與今有八人相乘得八百又以今有十二日乘之得九千六百為三率推得四率二百四十字即今八人寫

原　一〇〇　六　一二〇〇　一〇　一二〇〇

今　二〇〇　八　八〇〇　一二　九六〇〇

總

一率　一萬二千工

二率　三百字

三率　九千六百工

四率　二百四十字

十二日每篇之字數也試將兩首位一百篇與二百篇互乘得二萬篇然後互乘人工與日原有一邊得一萬二千工今有一邊得九千六百工盖原有二萬篇用一萬二千工每篇三百字今亦有二萬篇用九千六百工其每篇必二百四十字為比例四率也然此法實係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以篇數為比例原一百篇每篇

一

一率　今二百篇
二率　原三百字
三率　原一百篇
四率　今一百五十字

二

一率　原六人
二率　原一百五十字
三率　今八人
四率　今二百字

三

一率　原十日
二率　原二百字
三率　今十二日
四率　今二百四十字

三百字今句為二百篇則每篇只應一百五十字此一轉比例也然人數不同故次以人數為比例原六人寫之每篇應一百五十字今八人寫之則每篇應二百字此一正比例也然日數又不同故次以日數為比例原寫十日每篇應二百字今寫十二日則每篇應二百四十字此又一正比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三

率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原雇八人寫書每篇六百字八人寫二十日得一百二十篇今寫書每篇四百五十字却用十二人寫三十日問得篇數幾何

原	今
六〇〇	四五〇
八	一二
三六〇〇	七二〇〇
二〇	三〇
七二〇〇〇	二一六〇〇〇

法以今有四百五十字與原有八人相乘得三千六百又以原有二十日乘之得七萬二千為一率一百二十篇為二率以原有六百字與今有十二人相乘

總

一率	七萬二千工
二率	一百二十篇
三率	二十一萬六千工
四率	三百六十篇

得七千二百又以令有三十日乘之得二十一萬六千為三率推得四率三百六十篇即今十二人寫三十日之篇數也試將兩首位六百字與四百五十字互乘得二十七萬字然後互乘人工與日原有一邊得七萬二千工令有一邊得二十一萬六千工盖原有一邊二十七萬字用七萬二千工得一百二十篇令一邊亦二十七萬字用二十一萬六

一

一率 今四百五十字
二率 原一百二十篇
三率 原六百字
四率 今一百六十篇

二

一率 原八人
二率 原一百六十篇
三率 今十二人
四率 今二百四十篇

千工則得三百六十篇為比例四率也然此法亦係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以字數為比例原每篇六百字為一百二十篇今每篇四百五十字則必勻為一百六十篇此一轉比例也然人數不同故次以人數為比例原八人寫之應得一百六十篇今十二人寫之則應得二百四十篇此一正比例也然日數又不同故次以日

數為比例原寫二十日應得二百四十篇今寫三十日則應得三百六十篇此又一正比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

三

一率　原二十日
二率　原二百四十篇
三率　今三十日
四率　今三百六十篇

設如海船內原有甜水二萬零一百六十斤每人每日用二斤足用四個月今又添四千零三十二斤合前數共二萬四千一百九十二斤欲用六個月問每日每人應用幾何

法以原有二萬零一百六十斤與令六個月相乘得一十二萬零九百六十個月為一率每人每日用水二斤通為三十二兩為二率以令有二萬四千一百九十二斤與原四個月相乘得九萬六千七百六十八個月為三率推得四率二十五兩六錢即令每人每日應用之數也試將兩首位數互乘得四億八千七百七十一萬零七百斤然後互乘月

一率　今十二萬零九百六十月

總

二率　原三十二兩

三率　原九萬六千七百六十八月

四率　今二十五兩六錢

數原有一邊得九萬六千七百六十八個月今有一邊得一十二萬零九百六十個月盖原有水四億八千七百七十一萬零七百斤足用九萬六千七百六十八個月每人得三十二兩今有水亦四億八千七百七十一萬零七百斤欲用十二萬零九百六十個月則每人得二十五兩六錢為轉比例四率也然此法亦係兩比例合為一比例也如分作

一

一率　原二萬零一百六十觔
二率　原三十二兩
三率　今二萬四千一百九十二觔
四率　今三十八兩四錢

二

一率　今六個月
二率　原三十八兩四錢
三率　原四個月
四率　今二十五兩六錢

兩比例明之則先以水數為比例原有水二萬零一百六十斤每人每日用三十二兩今水二萬四千一百九十二斤則每人每日應用三十八兩四錢此一正比例也然月數不同故次以月數為比例原用四個月每日應用三十八兩四錢今欲用六個月則每日應用二十五兩六錢此一轉比例也法以兩一率相乘為一率兩三率相乘為三率者正

合兩比例為一比例也

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里二十日運完今有米十萬石用車三十輛日行六十里問運完日數幾何

法以原有八萬石與今用車三十輛相乘得二百四十萬輛又以今行六十里乘之得一億四千四百萬里為一率二十日為二率以今有十萬石與原用車二十四輛相乘亦得二百四十萬輛又

原	今
八〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇
二四	三〇
二四〇〇〇〇〇	二四〇〇〇〇〇
四〇	六〇
九六〇〇〇〇〇〇	一四四〇〇〇〇〇〇

總

一率　今一億四千四百萬里

二率　原二十日

三率　原九千六百萬里

四率　今十三日又三分日之一

以原行四十里乘之得九千六百萬里為三率推得四率十三日又三分日之一即今米十萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得八十億石然後互乘車數里數原有一邊得九千六百萬里今有一邊得一億四千四百萬里蓋原有米八十億石用車二百四十萬輛行九千六百萬里得二十日運完今有米亦八十億石亦用車二百四十萬輛行

一率　原八萬石
二率　原二十日
三率　今十萬石
四率　今二十五日

一率　今三十車
二率　原二十五日
三率　原二十四車
四率　今二十日

一億四千四百萬里故十三日又三分日之一運完為轉比例四率也然此法亦係三比例合為一比例也如分作三比例明之則先以米數為比例原米八萬石運二十日今米十萬石則應運二十五日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車二十四輛應運二十五日今車三十輛則應運二十日此一轉比例也然日行里數又不同故

三
一率　今六十里
二率　原二十日
三率　原四十里
四率　今十三日又三分日之一

次以里數為比例原行四十里應運二十日今行六十里則應運十三日又三分日之一此又一轉比例也法以三比例之各一率連乘之為一率三比例之各三率連乘之為三率者正合三比例為一比例也

設如原有麥子一萬二千石車十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今有麥三萬石車十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何

原	今
一二〇〇〇	三〇〇〇〇
一二	一六
三六〇〇〇〇	一九二〇〇〇
三	四
一〇八〇〇〇〇	七六八〇〇〇
八〇	六〇
八六四〇〇〇〇〇	四六〇八〇〇〇〇

一率　今四千六百零八萬里

二率　原四十日

總

三率　原八千六百四十萬里

四率　今七十五日

法以原有麥子一萬二千石與今車十六輛相乘得一十九萬二千輛又以今每車載麥四石乘之得七十六萬八千石又以今行六十里乘之得四千六百零八萬里為一率四十日為二率以今有麥子三萬石與原有車十二輛相乘得三十六萬輛又以原每車載麥三石乘之得一百零八萬石又以原行八十里乘之得八千六百四十萬里為三率

原　一二○○○
三
三六○○○○
三
一○八○○○○
八○
八六四○○○○○

今　三○○○○
一六
一九二○○○
四
七六八○○○
六○
四六○八○○○○

總
一率　今四千六百零八萬里
二率　原四十日
三率　原八千六百四十萬里
四率　今七十五日

推得四率七十五日即今麥三萬石運完之日數也試將兩首位數互乘得三億六千萬石然後互乘車數石數里數原有一邊得八千六百四十萬里今有一邊得四千六百零八萬里蓋原有麥三億六千萬石用車三十六萬輛載一百零八萬石行八千六百四十萬里得四十日運完今有麥亦三億六千萬石用車一十九萬二千輛載七十六萬八

一
一率 原一萬二千石
二率 原四十日
三率 今三萬石
四率 今一百日

二
一率 今十六車
二率 原一百日
三率 原十二車
四率 今七十五日

千石行四千六百零八萬里得七十五日運完為轉比例四率也然此法係四比例合為一比例也如分作四比例明之則先以麥數為比例原麥一萬二千石運四十日今麥三萬石則應運一百日此一正比例也然車數不同故次以車數為比例原車十二輛應運一百日今車十六輛則應運七十五日此一轉比例也然每車所載石數不同故次以

一率　今四石
二率　原七十五日
三率　原三石
四率　今五十六日二五

一率　今六十里
二率　原五十六日二五
三率　原八十里
四率　今七十五日

石數為比例原每車載三石應運七十五日今每車載四石則應運五十六日二五（即四分日之一）此又一轉比例也然日行里數又不同故次以里數為比例原日行八十里應運五十六日二五今日行六十里則應運七十五日此又一轉比例也法以四比例之各一率連乘之為一率四比例之各三率連乘之為三率者正合四比例為一比例也

正比例帶分

設如有銀買米每米一石價銀八錢四分今買米三分石之二問該銀若干

法以米一石用分母三通為三分為一率銀八錢四分為二率分子二分為三率二三率相乘一率除之得四率五錢六分即銀數也葢米一石通為三分以三分與八錢四分之比即同於二分與五錢六分之比皆為三分之二之比例

一率	三分
二率	八錢四分
三率	二分
四率	五錢六分

也

設如有人行路行過五分之二係八十里問總里數幾何

一率　二分
二率　五分
三率　八十里
四率　二百里

法以分子二分為一率分母五分為二率行過八十里為三率二三率相乘一率除之得四率二百里即總里數也蓋總里數之五分之二為八十里以二分與五分之比即同於八十里與二百里之比皆為五分之二之比例也

設如有銀買米每米三分石之二價銀七分兩之五今買米四分石之三問該銀若干

一率　三分石之二
二率　七分兩之五
三率　四分石之三
四率　五十六分兩之四十五

七……四
八　二
五……三
五　一

法以三分石之二為一率七分兩之五為二率四分石之三為三率用通分乘法以二率分母七與三率分母四相乘得二十八為乘出之分母又以二率分子五與三率分子三相乘得一十五為乘出之分子是為二十八分之十五為二率三率相乘之數以一率三分石之

一率	五十六分
二率	一兩
三率	四十五分
四率	八錢又二十八分錢之一

二除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母二十八與一率之分子二相乘得五十六為除出之分母又以一率之分母三與乘出之分子十五相乘得四十五為除出之分子即得四率五十六分兩之四十五為所求之數也如求真數則變零分為兩以分母五十六為一率一兩為二率分子四十五為三率推得四率八錢餘

二不盡命為五十六分錢之二約為二十八分錢之一即所求之真數也

設如有銀買蠟每銀二兩六錢買蠟十斤零五分斤之二又七兩零二分兩之一今有銀九錢問買蠟幾何

一率	二兩六錢
二率	一百七十三兩九錢
三率	九錢
四率	六十兩零一錢九分

法以銀二兩六錢為一率以蠟十斤通為一百六十兩又五分斤之二通為六兩四錢又七兩零二分兩之一通為七兩五錢共得一百七十三兩九錢為二

一率	一兩六錢
二率	一百七十二兩九錢
三率	九錢
四率	六十兩零一錢九分

率今有銀九錢為三率推得四率六十兩零一錢九分收為三斤零十二兩一錢九分即所求之蠟數也此法雖有零分兩分兩實可相通故各相通以為比例四率也

設如有銀買羽絨每三分丈之一價銀四分兩之三令欲買八分丈之七問該銀若干

法以原羽絨三分丈之一為一率原銀四分兩之三為二率今羽絨八分丈之

一率	三分丈之一
二率	四分兩之三
三率	八分丈之七
四率	一兩又三十二分兩之二十一

四　三二　八
三　二一　七

三　二三
一　二一
三二　六三

七為三率用通分乘法以二率分母四與三率分母八相乘得三十二為乘出之分母又以二率分子三與三率分子七相乘得二十一為乘出之分子是為三十二分之二十一為二率三率相乘之數乃以一率三分丈之一除之因分母除不盡乃用通分互乘代除之法除之以乘出之分母三十二與一率之分子一相乘仍得三十二為除出之分母

三二	三
二一	一
六三	三二

一率　三十二分

二率　一兩

三率　三十一分

四率　九錢六分八釐七豪五絲

又以一率之分母三與乘出之分子二十一相乘得六十三為除出之分子即得四率三十二分兩之六十三為所求之數也滿分母三十二分收為一兩餘三十一（六十三分內減去三十二分仍餘三十一）為一兩又三十二分兩之三十一如求真數則以分母三十二為一率一兩為二率分子三十一為三率推得四率九錢六分八釐七豪五絲與整數一兩相加得一兩

九錢六分八釐七豪五絲即真數也

設如有銀買緞每緞二疋共價八兩又五分兩之四今欲買三十六疋問共價若干

一率　二疋
二率　四十四分
三率　三十六疋
四率　七百九十二分

法以二疋為一率共價八兩用分母五通為四十分加分子四得四十四分為二率今買三十六疋為三率推得四率七百九十二分以每分母五分收為一兩得一百五十八兩又五分兩之二以五分為一率一兩為二率七百九十二分為三率推得四率一百五十八兩餘二

一率 五分
二率 一兩
三率 七百九十二分
四率 一百五十八兩又五分兩之二

一率 二尺
二率 八兩八錢
三率 三十六尺
四率 一百五十八兩四錢

分即命為五分兩之二即所求之數也如以五分兩之二收為四錢五分為一兩則二分為四錢則得一百五十八兩四錢即緞三十六尺之共價也如以子母分變為真數求之二尺共價八兩又五分兩之四則五分為一兩四分為八錢是二尺共價為八兩八錢即以二尺為一率八兩八錢為二率三十六尺為三率亦得四率一百五十八兩四錢為緞三十六尺之共價也

轉比例帶分

設如一案長九尺寬一尺六寸今欲將原長減三分之一其面積仍與原案等問寬幾何

一率　今長六尺
二率　原寬一尺六寸
三率　原長九尺
四率　今寬二尺四寸

法以原長九尺用分母三歸之得每分三尺於原長九尺內減去一分之三尺餘六尺為今長為一率原寬一尺六寸為二率原長九尺為三率二三率相乘一率除之得四率二尺四寸即今所求之寬也此法因分母三可以度盡原長

故變令長為真數與他率為比例也

設如營造原每日用五十六人歷一月又九分月之三可以完工今每日用六十四人問完工之日得幾何

一率	今六十四人
二率	原九分月之十二
三率	原五十六人
四率	今九分月之十分五

法以今用六十四人為一率以分母九通一月為九分加入分子三共為九分月之十二為二率原用五十六人為三率推得四率九分月之十分半滿分母九分收為一月餘一分半十分半內減去九分餘一

分半約為六分月之一即得一月又六分月之一為今用六十四人完工之日也蓋六十四人與一月又九分月之三之比即同於五十六人與一月又六分月之一之比也

設如原有一門簾用綫一丈二尺其綫寬一尺五寸今欲作一新簾其綫比原綫寬七分尺之三問應用長數幾何

法以原寬一尺五寸用分母七通為十

一率　今寬十三分五
二率　原長一丈二尺
三率　原寬十分五
四率　今長九尺又三分尺之一

分半加入分子三得今寬一十三分半為一率原長一丈二尺為二率原寬十分半為三率推得四率九尺又一百三十五分尺之四十五約為三分尺之一即得九尺又三分尺之一為今應用之長數也蓋今寬十三分半與原寬十分半之比即同於原長一丈二尺與今長九尺又三分尺之一之比也

設如城守兵一營其糧可支一年又七分年之二今

汰去三分之一問應支年數幾何

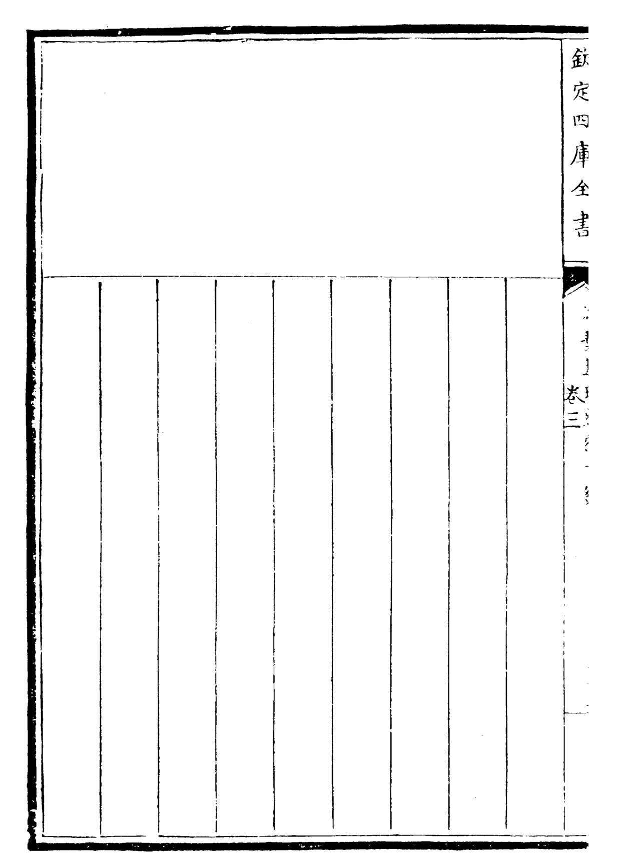
三 三二 七
二 九
一四 二七

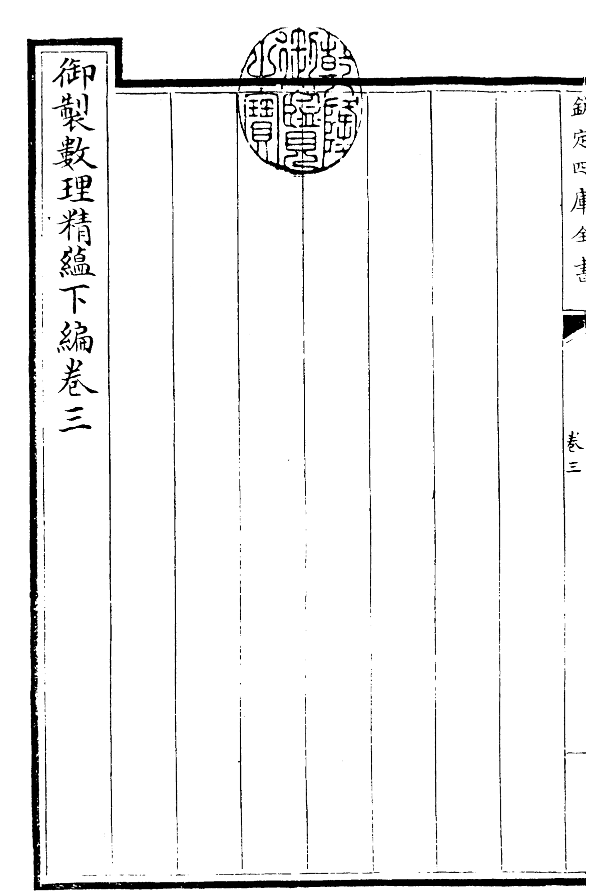
法先以年分母七通一年為七分加入分子二得七分年之九又以兵分子一減分母三得二為三分之二為現存兵數汰去三分之一則存者為三分之二因兩分母不同故用互乘以齊之以兩分母三七相乘得二十一為共母分即原兵分以年分母七互乘兵分子二得十四為今存兵分以兵分母三互乘年分子九得二十七

一率　今存兵十四分
二率　原年數二十七分
三率　原兵二十一分
四率　今年數四十分五

為原年分即以所通今存兵十四分為一率原年數二十七分為二率原兵二十一分為三率推得四率二十一分年之四十分半滿分母二十一分收為一年餘十九分半（四十分半內減二十一分餘十九分半）約為七分年之六分半即得一年又七分年之六分半為今應支之年數也蓋今存兵比原兵少三分之一則支糧年數必多三分之一故今存兵十四分與原

兵二十一分之比即同於原年數二十七分與今年數四十分半之比也


欽定四庫全書
卷三


御製數理精蘊下編卷三

總校官庶吉士臣張能照

校對官中官正臣郭長發

謄録監生臣劉國永

繪圖監生臣周　緯